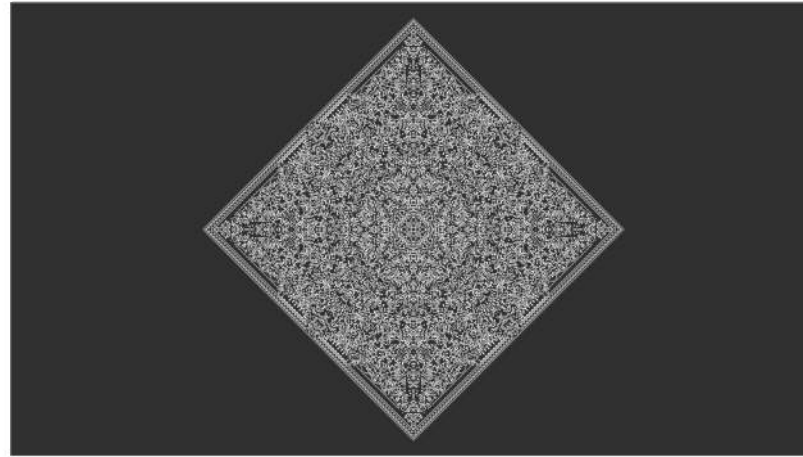


Modélisation de milieux granulaires grâce aux automates cellulaires



Quel est l'intérêt du formalisme des automates cellulaires et comment l'appliquer dans le cadre d'une modélisation ou d'une démonstration ?

En particulier, comment les utiliser pour mieux comprendre les milieux granulaires ?

Sommaire

I-Théorie des automates cellulaires

- Origine historique et exemples
- Définitions formelles
- Résultats

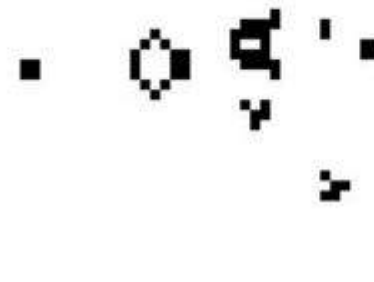
II-Propriétés des milieux granulaires

- Définitions, hypothèses et enjeux
- Érosion et cratérisation

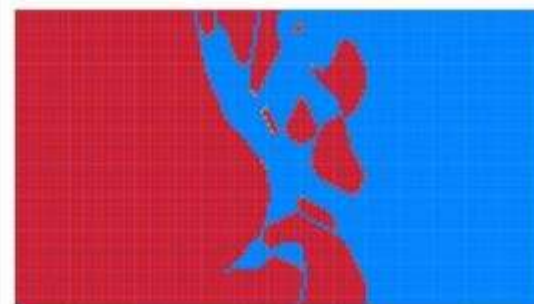
III-Modélisations

- Principe d'utilisation de *Golly*
- Automates érosifs
- Automate avec cratérisation

Résultats et perspectives



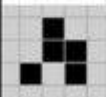
Canon de Gosper



Visualisation de l'érosion sous Golly



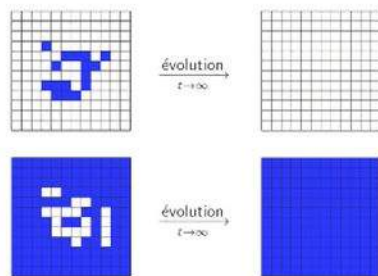
Création de règles de transition



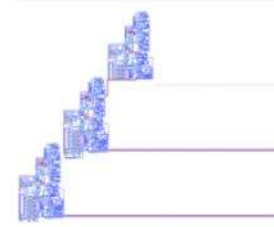
I-Théorie des automates cellulaires

● Origine historique et usages

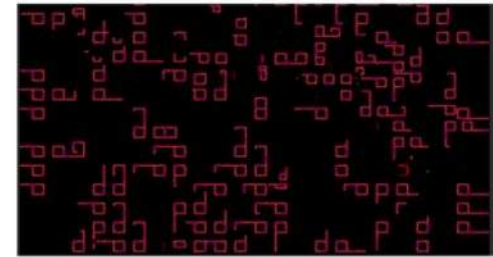
- 1950 : Travaux d'Ulam et Von Neumann
- Systèmes dynamiques discrets et modèles de calculs
- Intérêt théorique : mathématiques discrètes et informatique
- 1970 : jeu de la vie par Conway
- 2002 : A New Kind of Science [2]
- 2018 : Correction d'erreurs dans un réseau distribué



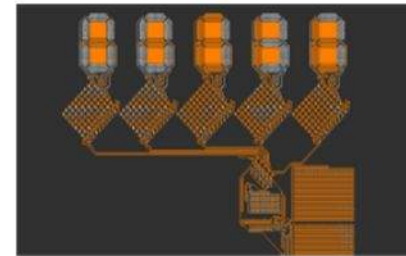
Propriété d'érosion [4]



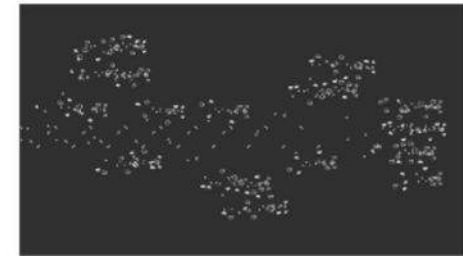
Réplicateur



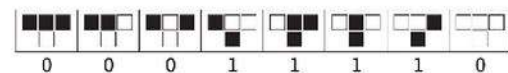
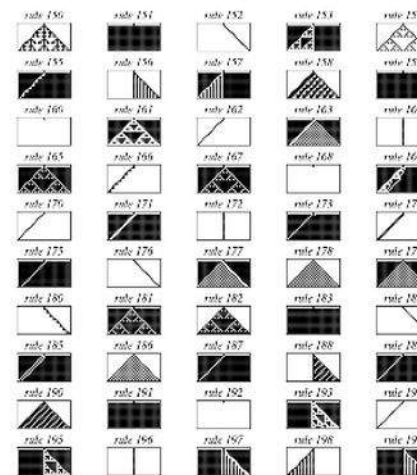
Phénomène d'auto-organisation



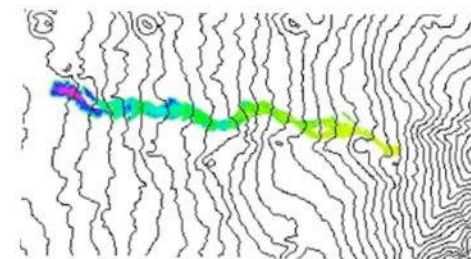
Wireworld



B3/S23



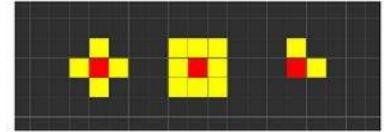
Automates cellulaires élémentaires [2]



Coulée de lave [5]

I-Théorie des automates cellulaires

● Définitions formelles [1]



Voisinages les plus utilisés

Définition 1. Un automate cellulaire est un quadruplet $(\mathbb{Z}^d, \Sigma, \mathcal{V}, \delta)$ avec

- \mathbb{Z}^d le réseau de cellules, on appelle d la dimension de l'automate,
- Σ un ensemble fini d'états, parfois appelé alphabet de l'automate,
- $\mathcal{V} = \{\vec{\nu}_1, \dots, \vec{\nu}_k\}$ un sous-ensemble fini de \mathbb{Z}^d , le voisinage de l'automate,
- $\delta : \Sigma^{\mathcal{V}} \rightarrow \Sigma$ la fonction locale de transition.

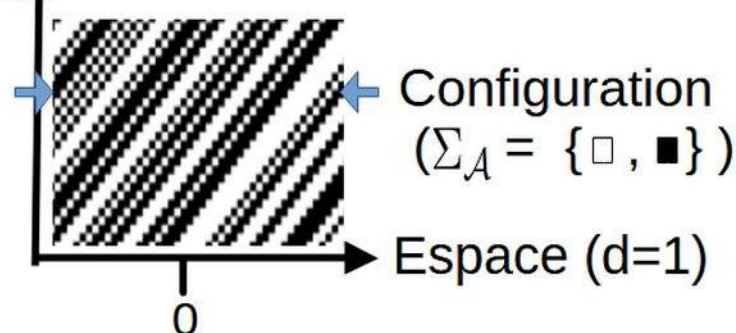
fonction globale de transition $F : \Sigma^{\mathbb{Z}^d} \rightarrow \Sigma^{\mathbb{Z}^d}$ telle que :

$$\mathcal{A} = (\mathbb{Z}^d, \Sigma_{\mathcal{A}}, \mathcal{V}_{\mathcal{A}}, \delta_{\mathcal{A}}) \sim F_{\mathcal{A}}$$

$$\forall c \in \Sigma^{\mathbb{Z}^d}, \forall \vec{z} \in \mathbb{Z}^d, F(c)_{\vec{z}} = \delta(c_{\vec{\nu}_1 + \vec{z}}, c_{\vec{\nu}_2 + \vec{z}}, \dots, c_{\vec{\nu}_k + \vec{z}})$$

Définition 2. Étant donné $\vec{x} \in \mathbb{Z}^d$, on appelle **Shift** l'automate $\sigma_{\vec{x}} = (\mathbb{Z}^d, \Sigma_{\mathcal{A}}, \{\vec{x}\}, Id_{\Sigma_{\mathcal{A}}})$ de sorte que : $\forall c \in \Sigma^{\mathbb{Z}^d}, \forall \vec{z} \in \mathbb{Z}^d, \sigma_{\vec{x}}(c)_{\vec{z}} = c_{\vec{z} + \vec{x}}$.

Génération



Extrait du diagramme espace-temps de l'automate Shift $\sigma(1)$ en dimension 1

I-Théorie des automates cellulaires

• Définitions formelles

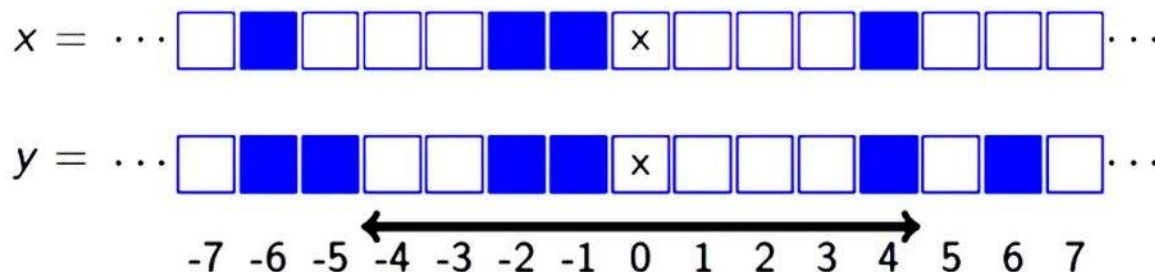
Définition 3. Soit $\mathcal{A} = (\mathbb{Z}^d, \Sigma_{\mathcal{A}}, \mathcal{V}_{\mathcal{A}}, \delta_{\mathcal{A}})$ un automate cellulaire.

- (1) Un état $q \in \Sigma_{\mathcal{A}}$ est dit quiescent pour \mathcal{A} s'il vérifie $\delta_{\mathcal{A}}(q^{\mathcal{V}_{\mathcal{A}}}) = q$.
- (2) Un état $q \in \Sigma_{\mathcal{A}}$ est dit persistant pour \mathcal{A} si $\forall c \in \Sigma^{\mathbb{Z}^d}, \forall \vec{z} \in \mathbb{Z}^d$, si $c_{\vec{z}} = q$ alors $\mathcal{A}(c)_{\vec{z}} = q$.
- (3) Un état $q \in \Sigma_{\mathcal{A}}$ est dit envahissant si $\forall u = (u_1, u_2, \dots, u_{k_{\mathcal{A}}}) \in \Sigma^{k_{\mathcal{A}}}$, si $\exists i \in [1..k_{\mathcal{A}}]$ tel que $u_i = q$, alors $\delta_{\mathcal{A}}(u) = q$.

Remarques : -Si $\vec{0} \in \mathcal{V}$, alors envahissant \Rightarrow persistant \Rightarrow quiescent
-(1) permet de définir les configurations q -finies

Définition 4. On définit la distance d sur $\Sigma^{\mathbb{Z}^d}$, parfois appelée distance de Cantor par :

$$\forall c_1, c_2 \in \Sigma^{\mathbb{Z}^d}, d(c_1, c_2) = 2^{-\min\{|\vec{x}|_{\infty} : c_1(\vec{x}) \neq c_2(\vec{x})\}}$$



Exemple en dimension 1

I-Théorie des automates cellulaires

• Résultats théoriques

-Théorème de Curtis-Hedlund-Lyndon :

Soit $F : \Sigma^{\mathbb{Z}^d} \rightarrow \Sigma^{\mathbb{Z}^d}$, alors :

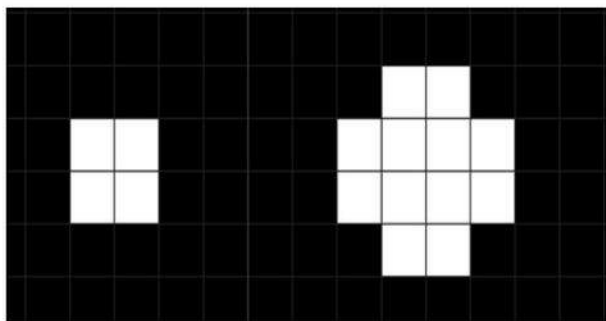
F correspond à la fonction globale d'un automate cellulaire $\Leftrightarrow F$ est continue et commute avec le shift

-Existence d'automates intrinsèquement universels :

Il existe au moins un automate \mathcal{A} intrinsèquement universel : pour tout automate \mathcal{B} , \mathcal{A} simule \mathcal{B} .
C'est à dire que $\exists t_A, t_B \in \mathbb{N}^*$, $z_A, z_B, \vec{m}_A, \vec{m}_B \in \mathbb{Z}^d$, $i : \Sigma_{\mathcal{B}}^{\mathcal{R}_{\vec{m}_B}} \rightarrow \Sigma_{\mathcal{A}}^{\mathcal{R}_{\vec{m}_A}}$, tels que : $\mathcal{B}^{\langle \vec{m}_B, t_B, z_B \rangle} \sqsubseteq_i \mathcal{A}^{\langle \vec{m}_A, t_A, z_A \rangle}$.

-Propriété d'érosion :

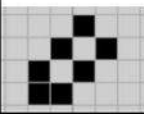
L'automate cellulaire de la majorité en dimension 2 avec voisinage de Toom classe la densité



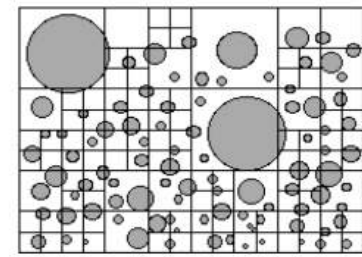
Cas des voisinages symétriques



Cas du voisinage de Toom



II-Propriétés des milieux granulaires



● Définitions, hypothèses et enjeux

Intérêt et enjeux :

- « 4ème état de la matière »
- Prédiction des comportements
- Optimisation

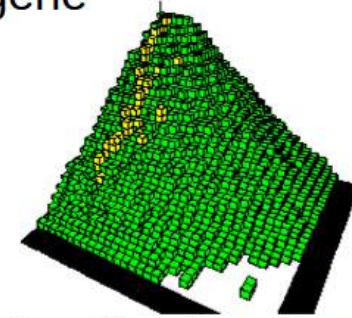


Différents milieux granulaires [7]

Faire le lien entre les différentes échelles de travail

Hypothèses :

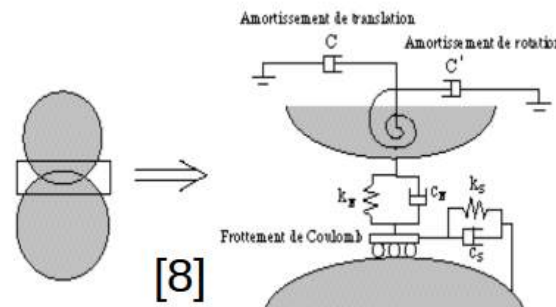
- Milieu « extérieur » homogène
- Contraintes connues
- « Grandes quantités »



Visualisation d'une avalanche [8]

Modèles physiques :

- Gestion des interactions
- Coefficients caractéristiques (Shield, Reynolds, Rouse...)



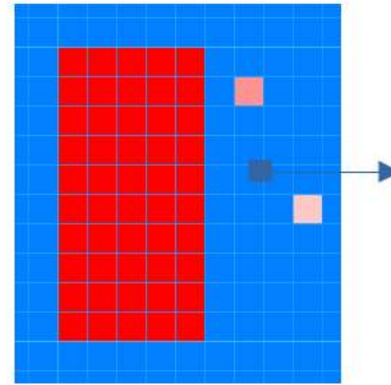
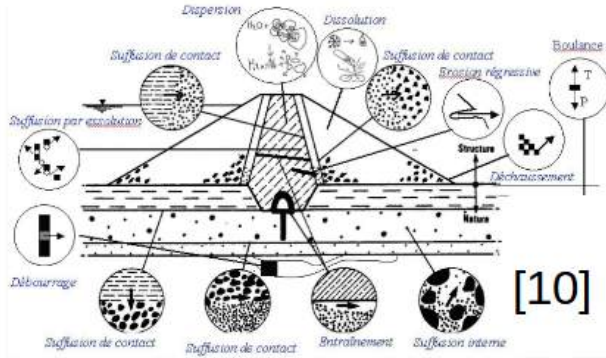
[8]

Gestion des interactions dans le modèle Cundal-3D

II-Propriétés des milieux granulaires

- Objectifs : compréhension de l'érosion et de la cratérisation

Phénomène d'érosion :



Modèle diphasique

Paramètres pertinents :

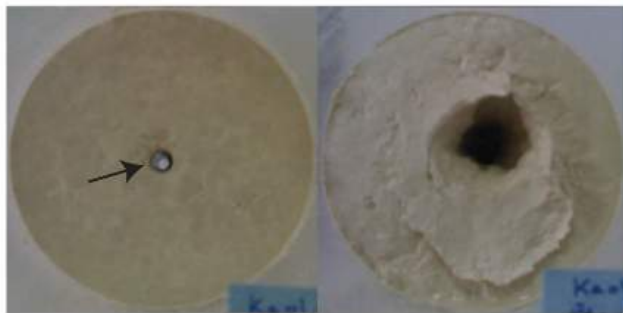
Densité et type de milieu (fluide, air, vide...)

Distribution et propriétés des grains

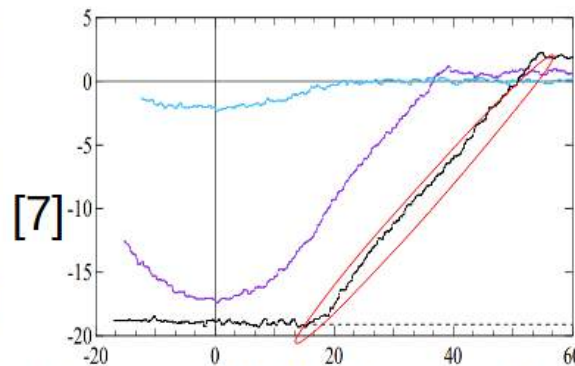
Types d'interactions (portée, intensité...), flux...

8 phénomènes de détachement

Phénomène de cratérisation :



Avant/après impact du jet



Types I,II,III de cratères

Paramètres pertinents :

Compacité de la structure

Force et diamètre du jet

Matériau et agencement

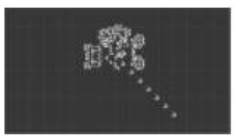
$$Sh = \frac{\tau_f d^2}{\Delta \rho g d^3}$$

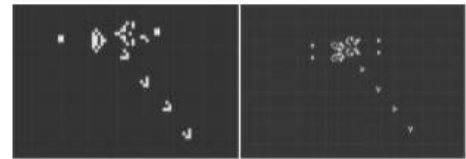
III-Modélisations

● Principe d'utilisation de *Golly*

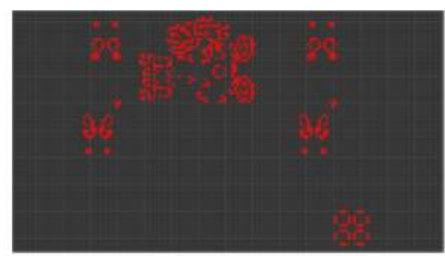
```
from glife import *

gun24 = pattern ("""
23bo2bo$21b6o$17b2obo
[...]
o10b3o8bobob2ob2o$5b4
3o6bo4bob2obo$24bo4b3!""",
-32, -32)

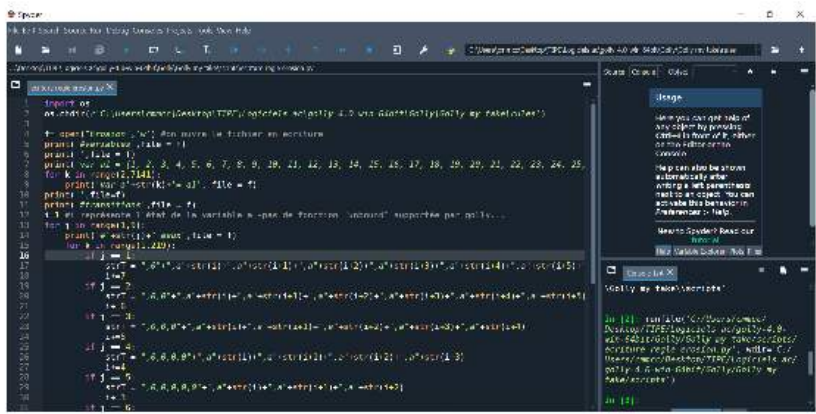

```



« gun30 » et « gun46 »



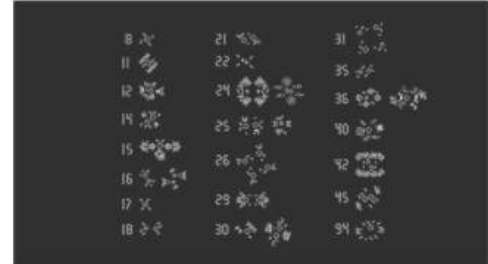
Exemple : création d'une configuration



Utilisation de l'interface Spyder pour manipuler les fichiers texte (python) des tables de transition

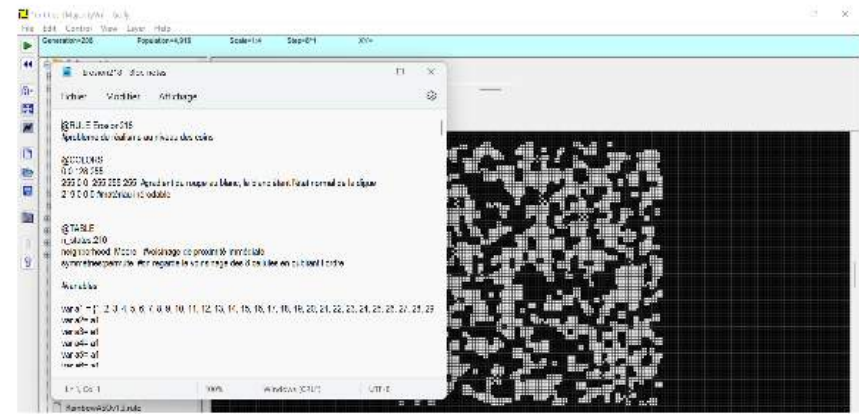
```
import golly as g
period = 0
if g.empty():
    g.warn("No pattern!")
    g.exit()
pattern = g.hash(g.getrect())
while True:
    g.run(1)
    period += 1
    if g.hash(g.getrect()) == pattern:
        break
    if period > 10000:
        g.exit("Period is over 10,000 or pattern is not
periodic.")

g.show("Pattern has period " + str(period))
```



Différents oscillateurs du jeu de la vie

Exemple : Execution d'un script de recherche d'une periode (avec table de hash)



Utilisation de Golly pour stocker les fichiers de configurations au format macrocell

III-Modélisations

● Automates érosifs ; voisinage de Von Neumann

Fichier.ule

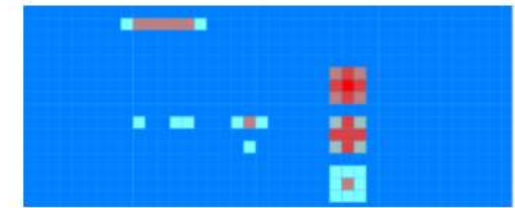
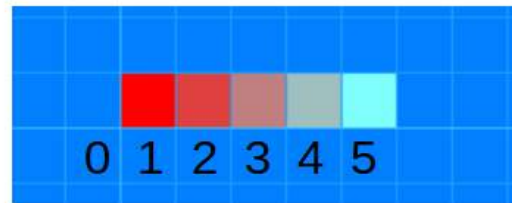
```
@RULE erosionvn
@COLORS [...]
@TABLE
n_states: 6
Neighborhood: vonNeumann
Symmetries: permute

var a1 = {0,1,2,3,4,5}
...
var a11 = {0,1,2,3,4,5}

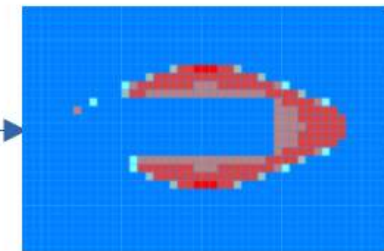
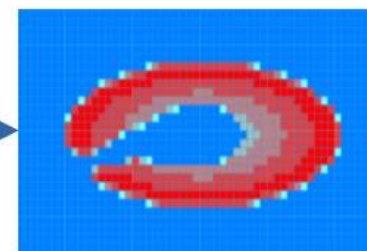
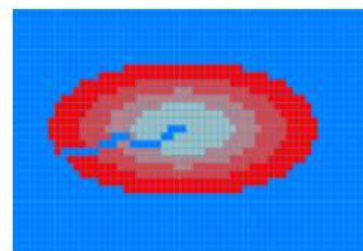
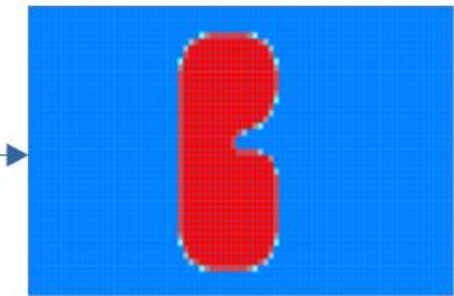
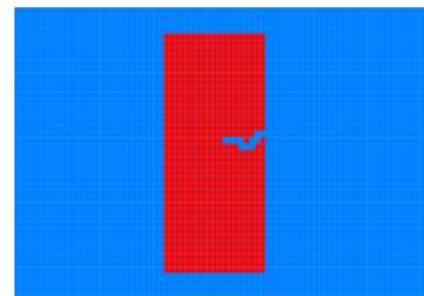
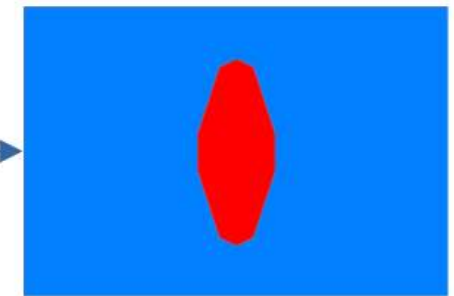
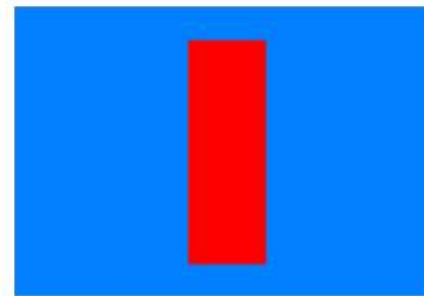
var d1 = {1,2,3} #digue
...
var d9 = d1

var e1 = {0,4,5} #eau et limon
...
var e16 = e1

#table de transition
1,0,e1,e2,a1,3
1,0,a9,a10,a11,2
2,0,e4,e5,a3,4
2,0,e6,d4,d5,3
3,0,e7,e8,a4,5
3,0,e9,d6,d7,4
4,0,e10,e11,a5,0
4,0,e12,d8,d9,5
5,e13,e14,a6,a7,0
5,0,e15,e16,a8,0
```



Échelle d'états et évolution de motifs simples



III-Modélisations

● Automates érosifs

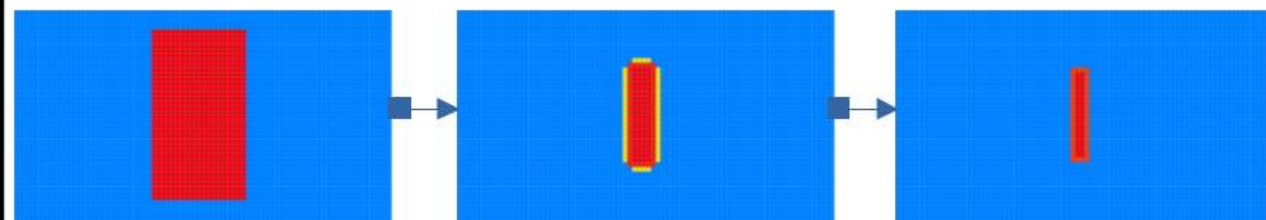
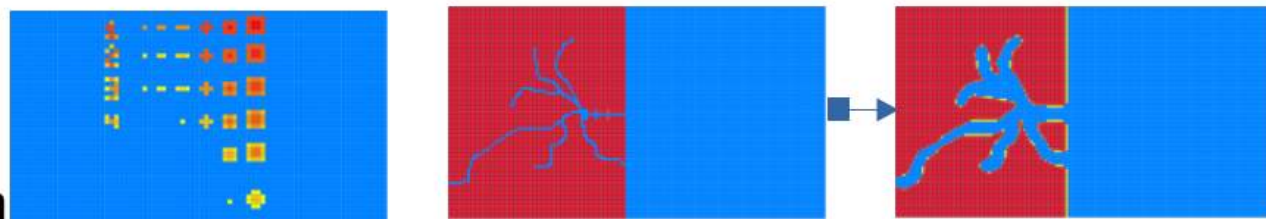
@RULE erosionmoore3emin



#etat 1

1,e1,e2,e3,a35,a1,d1,d2,d3,2

1,e5,e6,e7,e8,e9,e10,a2,a3,3

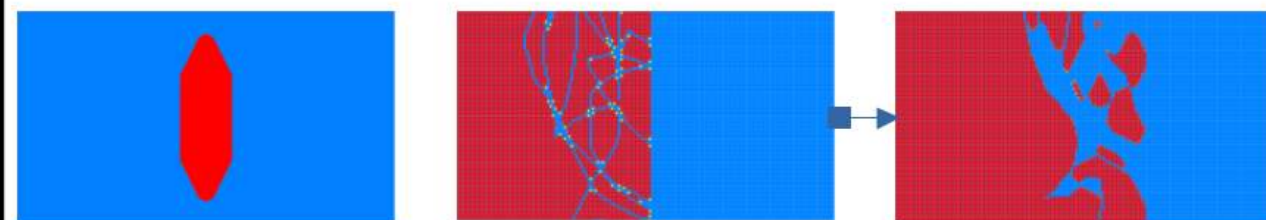


@RULE erosionmoore4emin

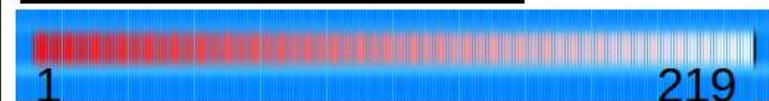
#etat 1

1,e1,e2,e3,e4,a1,d1,d2,d3,2

1,e5,e6,e7,e8,e9,e10,a2,a3,3



@RULE erosion218



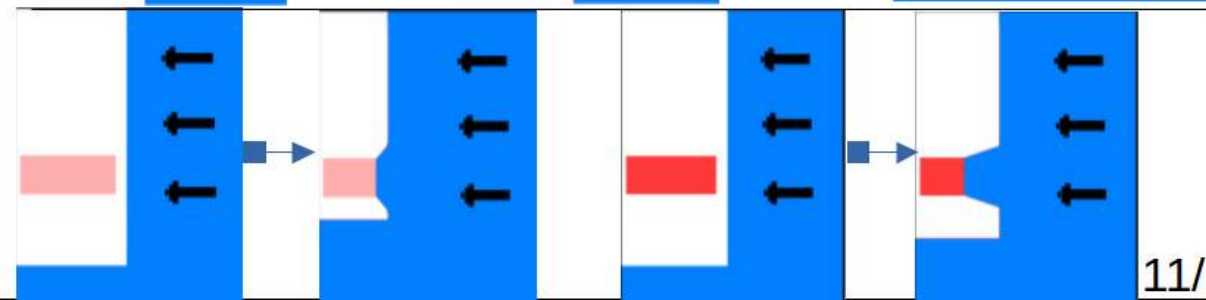
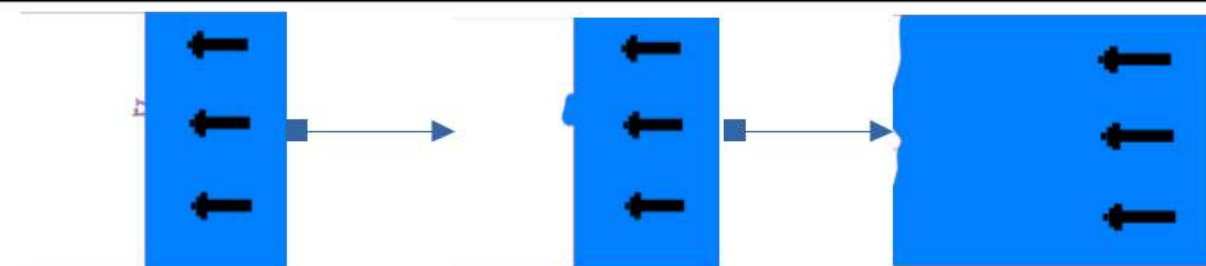
#extrait transitions

150,0,0,0,0,0,a5244,a5245,a5246,145

151,0,0,0,0,0,a5247,a5248,a5249,146

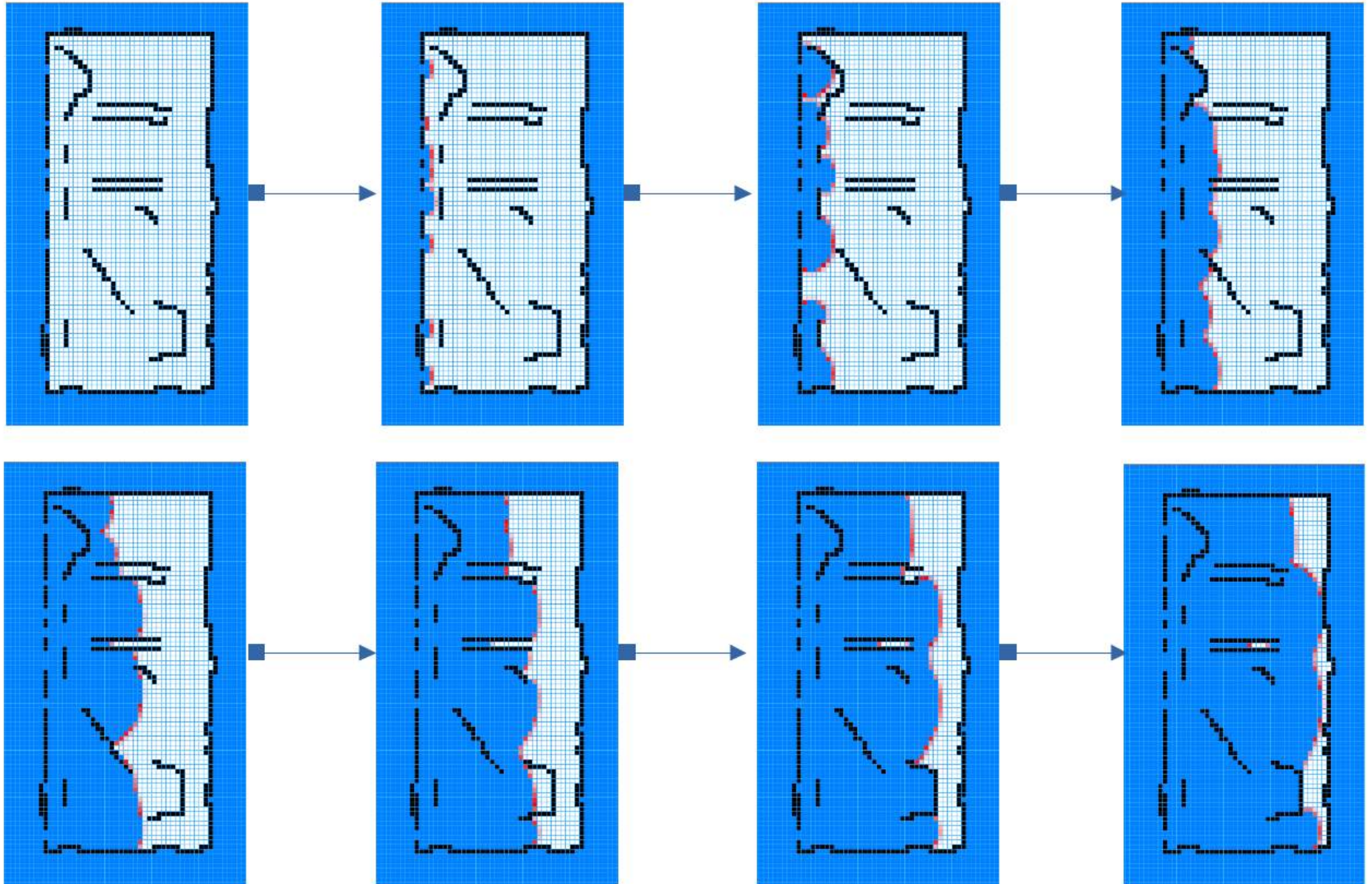
152,0,0,0,0,0,a5250,a5251,a5252,147

153,0,0,0,0,0,a5253,a5254,a5255,148



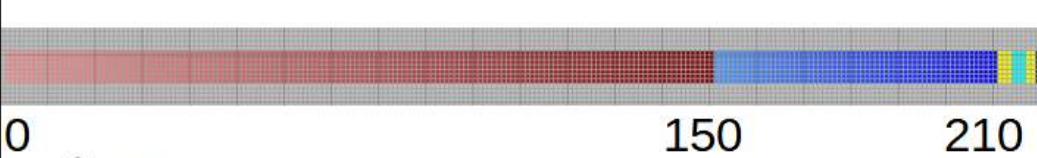
III-Modélisations

● Automates érosifs (erosion218)



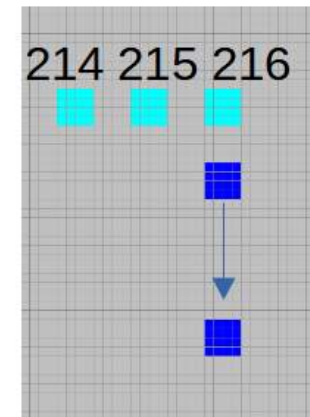
III-Modélisations

● Automate avec cratérisation

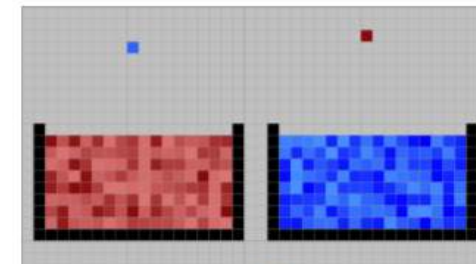


@Rule craterisation
n_states:220
neighborhood: Moore
symmetries: none

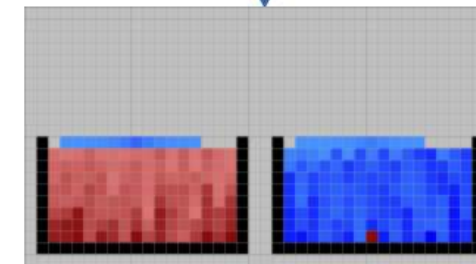
#transitions par gravité et densité
#transitions de surface eau
#occupation de l'espace et moyennage
#termes sources
#densités verticales eau
#tolérance d'un gradient à 2 max sinon diffusion
#densité verticale milieu granulaire
#tolérance d'un gradient à 8 sinon permutation
#interaction phase aqueuse-phase solide
#nombre de shield avec prise en compte des densités



Cycle de trois états avec
« production » d'eau



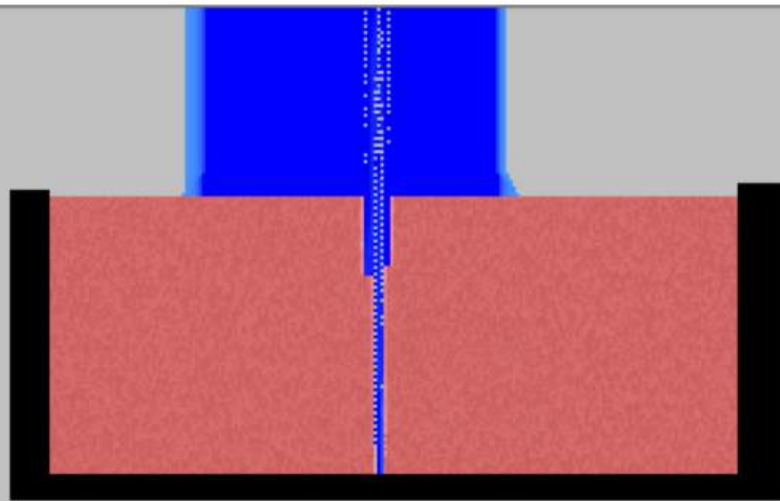
~50 itérations



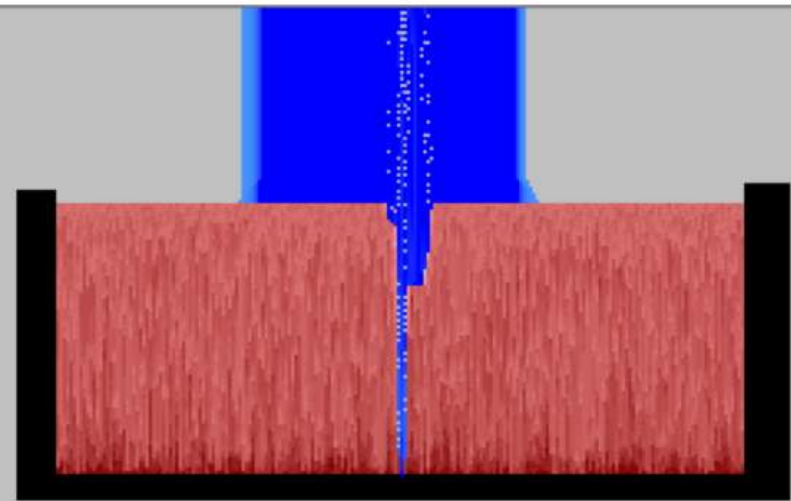
Poids, densités et écoulement de
la phase aqueuse

III-Modélisations

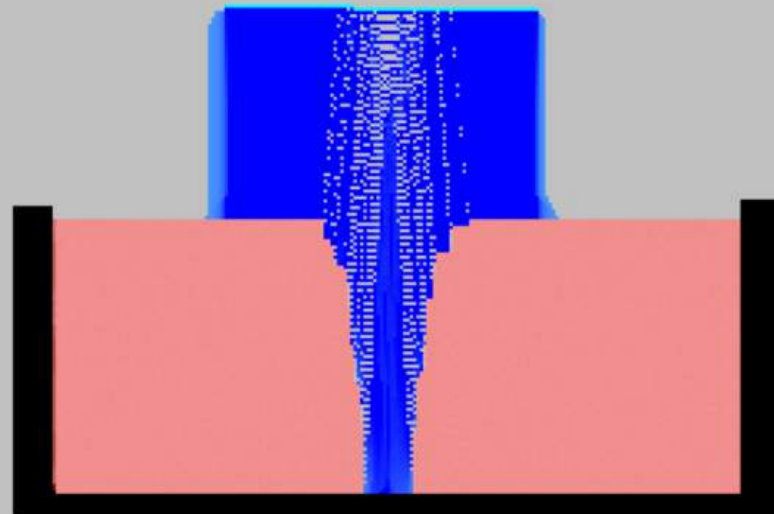
● Automate avec cratérisation



Résistance à 75



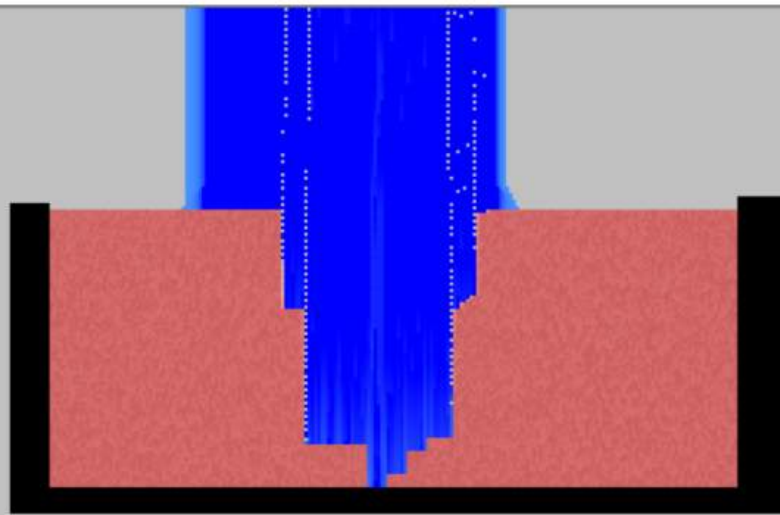
Résistance à 120



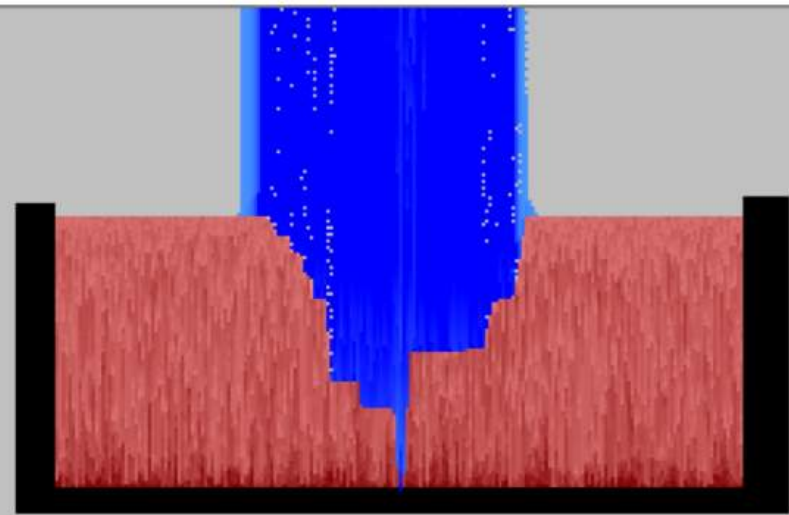
Résistance à 20

III-Modélisations

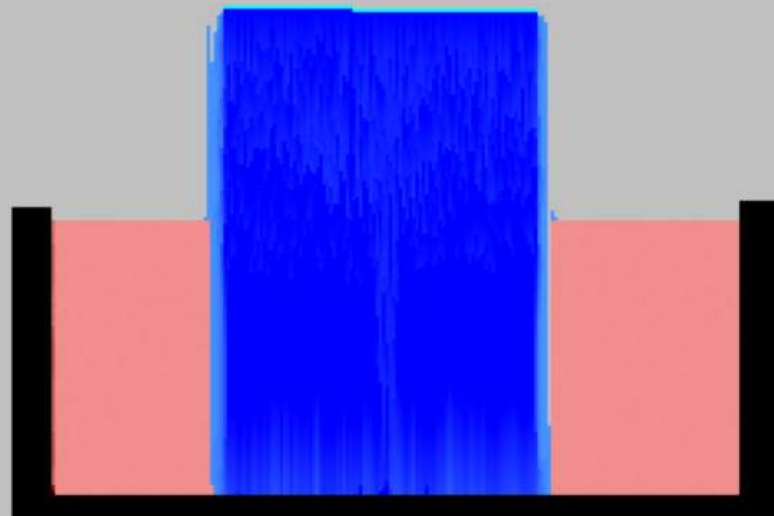
● Automate avec cratérisation



Résistance à 75



Résistance à 120

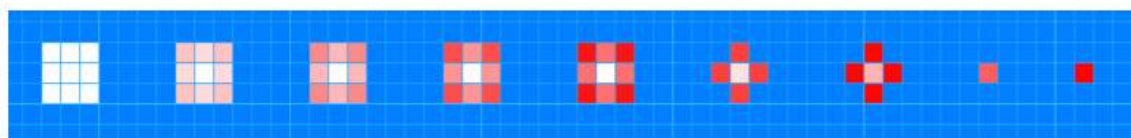


Résistance à 20

Conclusion et perspectives :

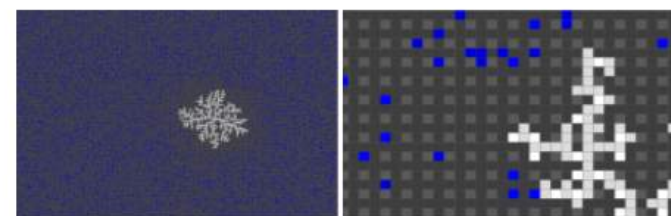


Simulation de vagues et interaction avec une digue

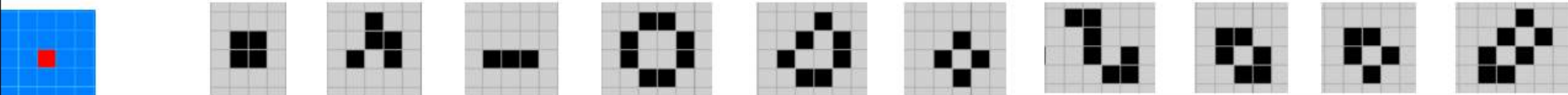


Annexes :

- codes python et fichiers.rle (version papier)
- preuves et figures (version papier)
- Liste exhaustive de tous les automates rencontrés
- compléments universalité
- Détail des sources [1] à [10]



Phénomène d'agrégation



Liste exhaustive de tous les AC rencontrés

0D :

-Ac trivial

1D :

-Ac élémentaires (dont majorité)
-GKL

2D :

-Von Neumann replicateur
-Wireworld
-evoloop

B/S/N :

-B1357/S1357 Replicateur
-B3/S23/N2 Game of life
-Day and night
-Larger than life categorie
-B234//2
-2/13/21 [Fireworks] - an exploding rule by John Elliott.
-12/34/3 [Frogs] - a chaotic rule by Scott Robert Ladd.
-12345/45678/8 [Lava] - an expanding rule by Mirek Wojtowicz.
-012345/458/3 [Lines] - a stable rule by Anders Starmark.
-345/2/4 [Star Wars] - an exploding rule by Mirek Wojtowicz.
-2367/3457/5 [Banners]- an exploding rule by Mirek Wojtowicz.
-234/34678/24 [Bloomerang] - an expanding rule by John Elliott.
-/2/3 [Brian's Brain] - a chaotic rule by Brian Silverman.
-124567/378/4 [Caterpillars] - a chaotic rule by Mirek Wojtowicz.
-23/2/8 [Cooties] - an exploding rule by Rudy Rucker

3D :

Autres (non AC) :

-Single rotation
-Billard Ball machine
-Boucle de Langton

I-Théorie des automates cellulaires (compléments)

• Universalités

Définition 5. Soit $\mathcal{A} = (\mathbb{Z}^d, \Sigma_{\mathcal{A}}, \mathcal{V}_{\mathcal{A}}, \delta_{\mathcal{A}})$ un automate cellulaire. \mathcal{A} est dit universel au sens du calcul s'il est capable de simuler n'importe quelle machine de Turing.

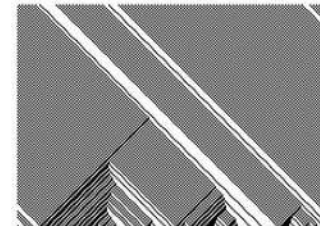
Définition 6. Soient \mathcal{A} et \mathcal{B} deux automates cellulaires. On dit que \mathcal{A} est un groupé de \mathcal{B} s'il existe $\vec{m} \in \mathbb{Z}^d$, $\vec{z} \in \mathbb{Z}^d$, et $t \in \mathbb{N}^*$ tel que $\mathcal{A}(c) = o_{\vec{m}} \circ \sigma_{\vec{z}} \circ \mathcal{B}^t \circ o_{\vec{m}}^{-1}(c)$, où $o_{\vec{m}}$ dénote la fonction d'ouverture de paramètre \vec{m} .

En dimension 1, grouper d'un paramètre $m \in \mathbb{N}^*$ correspond à l'application :

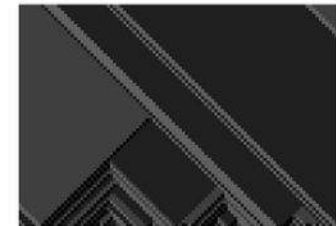
$$o_m : (\Sigma^m)^{\mathbb{Z}} \rightarrow \Sigma^{\mathbb{Z}}$$

$$c \mapsto o_m(c) : (o_m(c))_x = (c_{x/m})_{x \bmod m}$$

(Notation : $\mathcal{A} = \mathcal{B}^{\langle \vec{m}, t, \vec{z} \rangle}$)



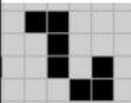
{a} AC de départ



{b} AC groupé 2 x 2

Définition 7. On dit que $\mathcal{A} = (d, \Sigma_{\mathcal{A}}, \mathcal{V}_{\mathcal{A}}, \delta_{\mathcal{A}})$ est un sous-automate de $\mathcal{B} = (d, \Sigma_{\mathcal{B}}, \mathcal{V}_{\mathcal{B}}, \delta_{\mathcal{B}})$, et on note $\mathcal{A} \sqsubseteq \mathcal{B}$ si \mathcal{A} est isomorphe à la restriction de \mathcal{A} à un sous-ensemble stable de $\Sigma_{\mathcal{A}}$. C'est à dire s'il existe un morphisme injectif $i : \Sigma_{\mathcal{A}} \rightarrow \Sigma_{\mathcal{B}}$, tel que $\mathcal{B} \circ \bar{i} = \bar{i} \circ \mathcal{A}$, où \bar{i} dénote l'extension de i aux configurations, obtenue en appliquant i à chaque cellule.

(Notation : $\mathcal{A} \sqsubseteq_i \mathcal{B}$)



[1] Comportements typiques dans les automates cellulaires

Laurent Boyer (Université de Grenoble, 2010. Français. fftel-00862704)

L'ensemble limite $\Omega_{\mathcal{A}}$ d'un automate \mathcal{A} est définie par

$$\Omega_{\mathcal{A}} = \bigcap_{i \in \mathbb{N}} \mathcal{A}^i(\Sigma_{\mathcal{A}}^{\mathbb{Z}^d}).$$

Soit $\mathcal{A} = (\mathbb{Z}^d, \Sigma_{\mathcal{A}}, \mathcal{V}_{\mathcal{A}}, \delta_{\mathcal{A}})$ un automate cellulaire et $F_{\mathcal{A}}$ sa fonction globale associée. On dit que $c \in \Sigma^{\mathbb{Z}^d}$ est un mot d'éden si $c \in \Sigma^{\mathbb{Z}^d} \setminus F_{\mathcal{A}}(\Sigma^{\mathbb{Z}^d})$.



jardin d'Éden (1971)

-Théorème de Moore-Myhill :

Soit \mathcal{A} un automate cellulaire possédant un état quiescent, alors :

\mathcal{A} est surjectif $\Leftrightarrow \mathcal{A}$ est injectif sur les configurations finies

[2] A New Kind of Science *Stephen Wolfram*

(Wolfram Media Inc, 1970)



STEPHEN WOLFRAM was born in London and educated at Eton, Oxford, and Caltech. He received his Ph.D. in theoretical physics in 1979 at the age of

20, having already made lasting contributions to particle physics and cosmology. In 1981 his work was recognized by a MacArthur award. In the early 1980s he made a series of classic discoveries about systems known as cellular automata, which have yielded many new insights in physics, mathematics, computer science, biology and other fields. In 1986 he founded Wolfram Research, Inc. and began the creation of *Mathematica*, now the world's leading software system for technical computing and symbolic programming, and the tool that made *A New Kind of Science* possible. Over the past decade Wolfram has divided his time between the leadership of his company and his pursuit of basic science.

Other books by Stephen Wolfram:

- *The Mathematica Book* (1988; 4th ed. 1999)
- *Cellular Automata and Complexity: Collected Papers* (1994)

all its development over the past few thousand years mathematics itself has continued to concentrate only on rather specific types of abstract systems—most often ones somehow derived from arithmetic or geometry. But the new kind of science that I describe in this book introduces what are in a sense much more general abstract systems, based on rules of essentially any type whatsoever.

One might have thought that such systems would be too diverse for meaningful general statements to be made about them. But the crucial idea that has allowed me to build a unified framework for the new kind of science that I describe in this book is that just as the rules for any system can be viewed as corresponding to a program, so also its behavior can be viewed as corresponding to a computation.

Traditional intuition might suggest that to do more sophisticated computations would always require more sophisticated underlying rules. But what launched the whole computer revolution is the remarkable fact that universal systems with fixed underlying rules can be built that can in effect perform any possible computation.

The threshold for such universality has however generally been assumed to be high, and to be reached only by elaborate and special systems like typical electronic computers. But one of the surprising discoveries in this book is that in fact there are systems whose rules are simple enough to describe in just one sentence that are nevertheless universal. And this immediately suggests that the phenomenon of universality is vastly more common and important—in both abstract systems and nature—than has ever been imagined before.

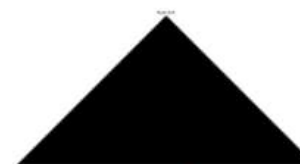
But on the basis of many discoveries I have been led to a still more sweeping conclusion, summarized in what I call the Principle of Computational Equivalence: that whenever one sees behavior that is not obviously simple—in essentially any system—it can be thought of as corresponding to a computation of equivalent sophistication. And this one very basic principle has a quite unprecedented array of implications for science and scientific thinking.

For a start, it immediately gives a fundamental explanation for why simple programs can show behavior that seems to us complex. For like other processes our own processes of perception and analysis can be

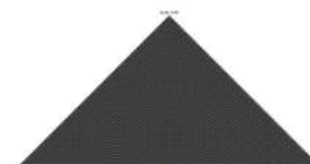
(p.6)

4 catégories (empiriques) parmi les ac-élémentaires :

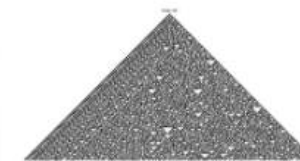
- « uniformity » (222)
- « oscillation » (190)
- « random » (30)
- « complexity » (225)



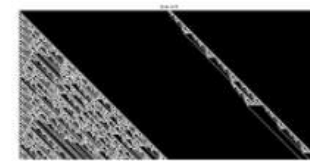
(222)



(190)



(30)



(225)

Il décrit les phénomènes d'érosion, de convergence, d'émergence, de mots d'Eden...

[3] Mathematical games: The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game "life"

Scientific American (October 1970)

MATHEMATICAL GAMES

The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game "life"

by Martin Gardner

closely with an earlier discovery by John Leech of an extremely dense packing of unit spheres in a space of 24 dimensions where each sphere touches 196,560 others. As Conway has remarked, "There is a lot of room up there."

In addition to such serious work Conway also enjoys recreational mathematics. Although he is highly productive in this field, he seldom publishes his discoveries. One exception was his paper on "Mrs. Perkins' Quilt," a dissection problem discussed in "Mathematical Games" for September, 1966. My topic for July, 1967, was sprouts, a topological pencil-and-paper game invented by Conway and M. S. Paterson. Conway has been mentioned here several other times.

This month we consider Conway's latest brainchild, a fantastic solitaire pastime he calls "life." Because of its analogies with the rise, fall and alterations of a society of living organisms, it belongs to a growing class of what are called "simulation games"—games that resemble real-life processes. To play life you must have a fairly large checkerboard and a plentiful supply of flat counters of two colors. (Small checkers or poker chips do nicely.) An Oriental "go" board can be used if you can find flat counters that are small enough to fit within its cells. (Go stones are unusable because they are not flat.) It is possible to work with pencil and graph paper but it is much easier, particularly for beginners, to use counters and a board.

The basic idea is to start with a simple configuration of counters (organisms), one to a cell, then observe how it changes as you apply Conway's "genetic laws" for births, deaths and survivals. Conway chose his rules carefully, after a long period of experimentation, to meet three desiderata:

1. There should be no initial pattern for which there is a simple proof that the population can grow without limit.
2. There should be initial patterns that apparently do grow without limit.
3. There should be simple initial patterns that grow and change for a considerable period of time before coming to an end in three possible ways: fading away completely (from overcrowding or from becoming too sparse), settling into a stable configuration that remains unchanged thereafter, or entering an oscillating phase in which they repeat an endless cycle of two or more periods.

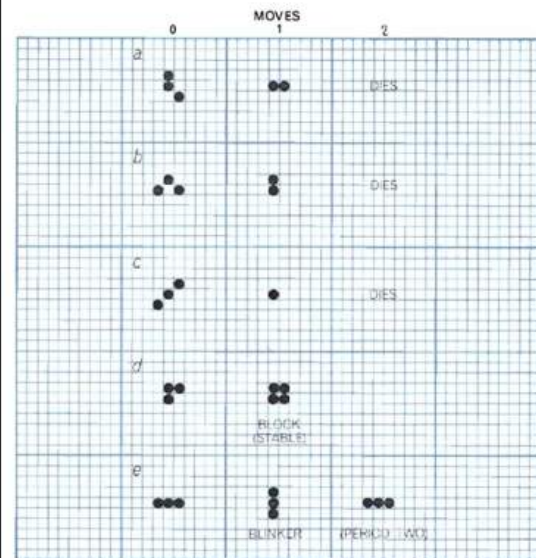
In brief, the rules should be such as to make the behavior of the population unpredictable.

Conway's genetic laws are delightfully simple. First note that each cell of the checkerboard (assumed to be an infinite plane) has eight neighboring cells, four adjacent orthogonally, four adjacent diagonally. The rules are:

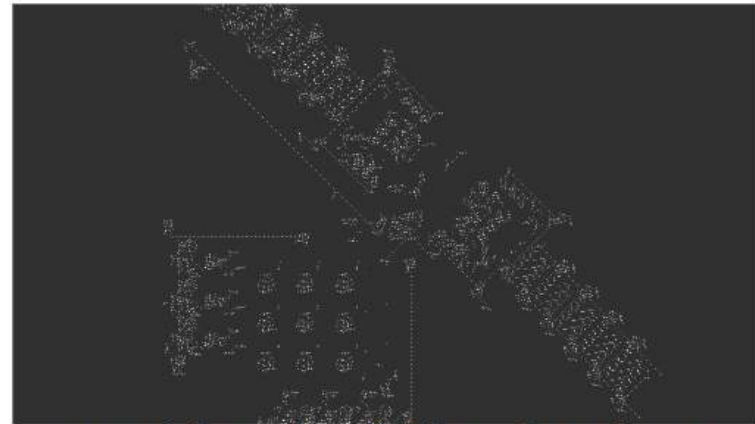
1. Survivals. Every counter with two or three neighboring counters survives for the next generation.
2. Deaths. Each counter with four or more neighbors dies (is removed) from overpopulation. Every counter with one neighbor or none dies from isolation.
3. Births. Each empty cell adjacent to exactly three neighbors—no more, no fewer—is a birth cell. A counter is placed on it at the next move.

It is important to understand that all births and deaths occur *simultaneously*. Together they constitute a single genera-

Most of the work of John Horton Conway, a mathematician at Gonville and Caius College of the University of Cambridge, has been in pure mathematics. For instance, in 1967 he discovered a new group—some call it "Conway's constellation"—that includes all but two of the then known sporadic groups. (They are called "sporadic" because they fail to fit any classification scheme.) It is a breakthrough that has had exciting repercussions in both group theory and number theory. It ties in



The fate of five triplets in "life"



Machine de Turing à 3 états

Structures remarquables :

- stables
- oscillateurs
- vaisseaux
- mathusalems (stabilisation apcg)
- puffeurs (vaisseaux avec « débris »)
- canons
- space-fillers (étend un « agar »)
- breeders
- methuselahs
- miscellenaous
- rakes



- ...

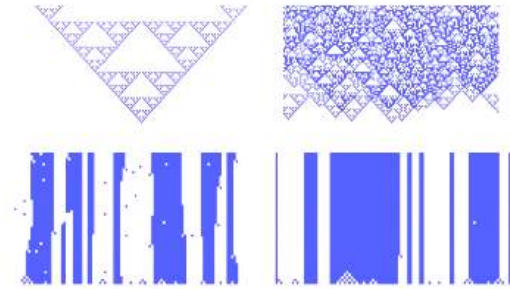
[4] Irène Marcovici : Automates cellulaires et correction d'erreurs *Institut Henri Poincaré*

Érosion

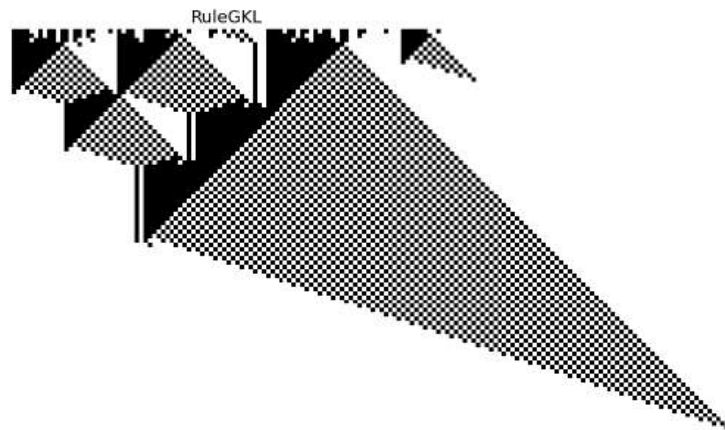
évolution $t \rightarrow \infty$

ihp Institut Henri Poincaré

Irène Marcovici Automates cellulaires et correction d'erreurs



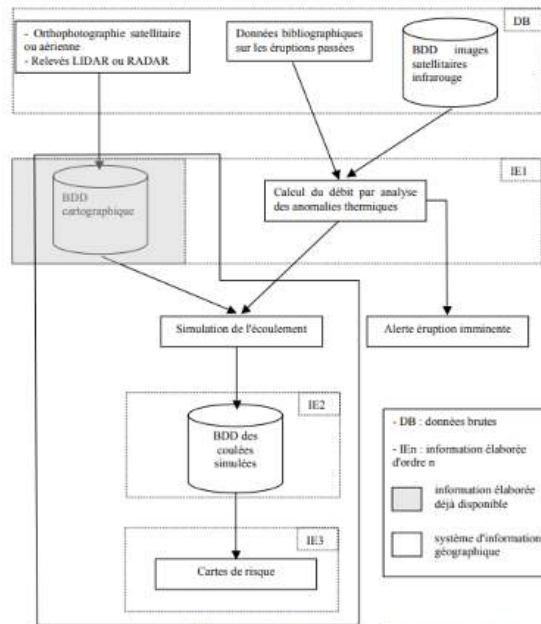
Question de l'ergodicité



Un exemple d'automate érosif en dimension 1 : GKL

[5] Alexis Hérault : Création d'un système d'information pour la gestion des risques volcaniques

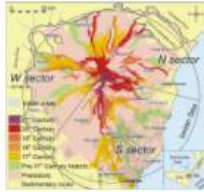
Information scientifique et technique, Paris Est, 2008



« Une coulée de lave est un écoulement multiphasique, tridimensionnel, d'un fluide complexe, avec couplage non linéaire entre les équations de Navier - Stokes et l'équation de l'énergie, et présentant une interaction fluide - solide. [...]

A l'heure actuelle, la résolution numérique directe ne saurait pourtant apporter de réponse adaptée à ce problème dans le respect de l'objectif à court terme. [...]

On est donc naturellement conduits à envisager des méthodes holistiques, dans le but de tenter de reproduire l'évolution morphologique de la coulée de lave. »



différentes étapes nécessaires à la création du système d'information

-rhéologie (dépend de la composition chimique du magma et de la température)

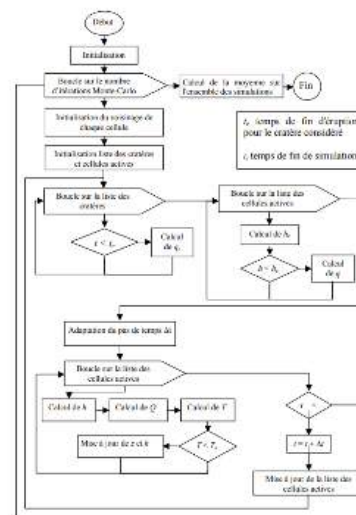
-topologie (bouches éruptives, relief...)

-débit de lave

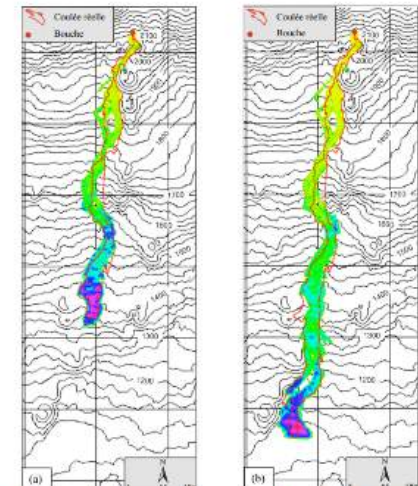
-types d'échanges thermiques

...

Paramètres d'entrée



Organigramme du code



Comparaison cartographique entre la coulée réelle et la coulée simulée

[6] "Golly" & "Ready, a cross-platform implementation of various reaction-diffusion systems."

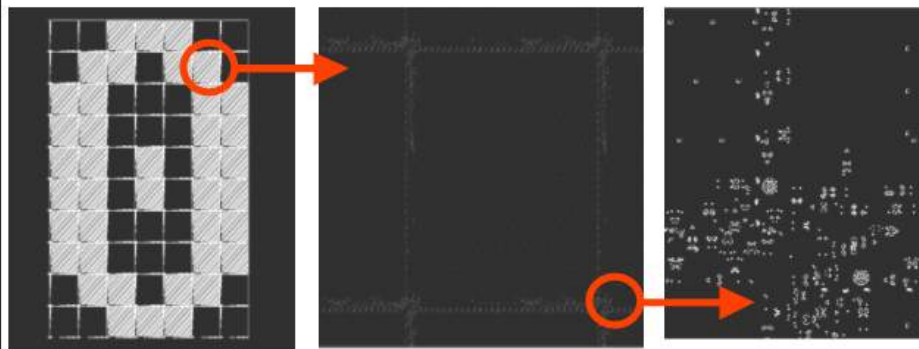
Tim Hutton, Robert Munafo,

Andrew Trevorrow, Tom Rokicki, Dan Wills

« **HashLife** uses Bill Gosper's hashlife algorithm to achieve remarkable speeds when generating patterns that have a lot of regularity in time and/or space. [...]

Note that HashLife performs very poorly on highly chaotic patterns, so in those cases you are better off switching to **QuickLife**. »

Extrait de la page d'aide de Golly



Population :1.6 m

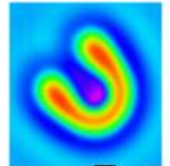
Population :50 000

Population :4000



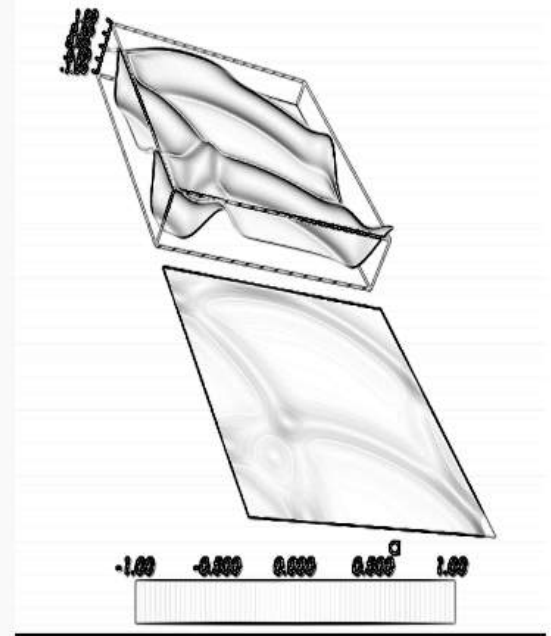
```
<?xml version="1.0"?>
<VTXFile type="ImageData" version="0.1" byte_order="LittleEndian" compressor="WkZipDataCompressor">
  <PD format_version="4">
    <description>
      L'équation d'une vague indique que la dérivée seconde d'une particule d'eau par rapport au temps est proportionnelle au laplacien de la particule t;
      d^2Za/dt^2 = laplacien_a
      Dans l'implémentation, a conserve la hauteur d'eau et b conserve ses variations: b = da/dt
      d^2Za/dt^2 = da/dt = laplacien_a

      Pour éviter une perte de temps, on commence par mettre a jour b et on utilise la méthode d'intégration d'euler suivante:
      b += laplacien_a * timestep
      d'où on déduit le taux de changement de a: delta_a = b
      Remq: on ne prend pas en compte l'atténuation naturelle liée à une perte d'énergie du système par frottement
      modifier timestep à >0.9 provoque une erreur
    </description>
  </PD>
  <rule type="formula" name="equation de vague" wrap="0">
    <param name="timestep"> 0.6 </param>
    <formula number_of_chemicals="2">
      b += laplacien_a * timestep;
      delta_a = b;
    </formula>
  </rule>
  <initial_pattern_generator apply_when_loading="true" zero_first="true">
    #code de la gaussienne initiale
  </initial_pattern_generator>
  <overlay chemical="a">
    <overwrite />
    <gaussian height="4" sigma="0.05">
      <point3D x="0.4" y="0.3" z="0.5" />
    </gaussian>
    <everywhere />
  </overlay>
  <initial_pattern_generator>
  </initial_pattern_generator>
  <render_settings>
    <active_chemical value="a" />
    <show_displacement_mapped_surface value="true" />
    <color_displacement_mapped_surface value="false" />
    <low value="-1" />
    <high value="1" />
    <timesteps_per_render value="8" />
    <vertical_scale_2D value="50" />
    <show_multiple_chemicals value="false" />
  </render_settings>
  </VTXFile>
```



Logo Ready

Licence libre:=

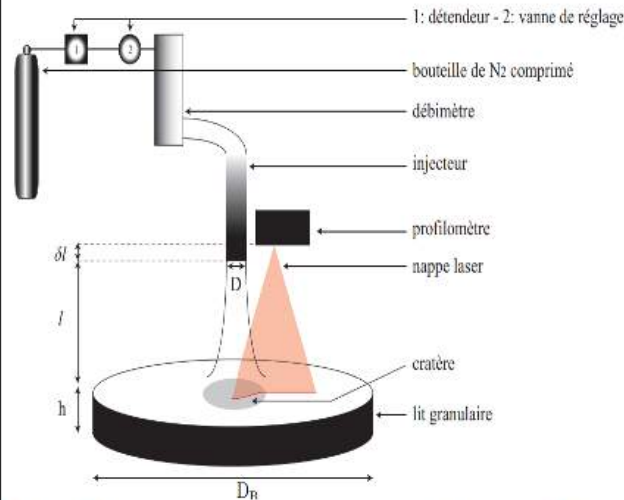


```
<PD>
<ImageData WholeExtent="0 255 0 0" Origin="0 0 0" Spacing="1 1 1">
  <Piece Extent="0 255 0 255 0 0">
    <PointData>
      <DataArray type="Float32" Name="a" format="appended" RangeMin="0" RangeMax="0" offset="0" />
      <DataArray type="Float32" Name="b" format="appended" RangeMin="0" RangeMax="0" offset="616" />
    </PointData>
  </Piece>
</PD>
```

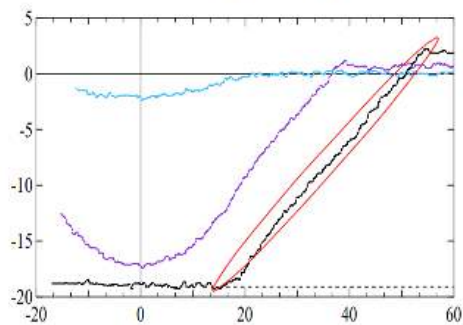
Code (Html) adapté à partir de codes mis à disposition par Ready

[7] Sarah Badr : Erosion d'un milieu granulaire par un jet

Université Paris Sud - Paris XI, 2014. Français



Un des montage expérimentaux



Types I,II,III de cratères

Compacité, masses volumiques, nature du jet...

Paramètres important pour la cratérisation

« L'avancée la plus importante dans l'étude du transport de grains est faite par Shields en 1936 qui montre de façon analytique et expérimentale que l'initiation du mouvement est gouvernée par le rapport :

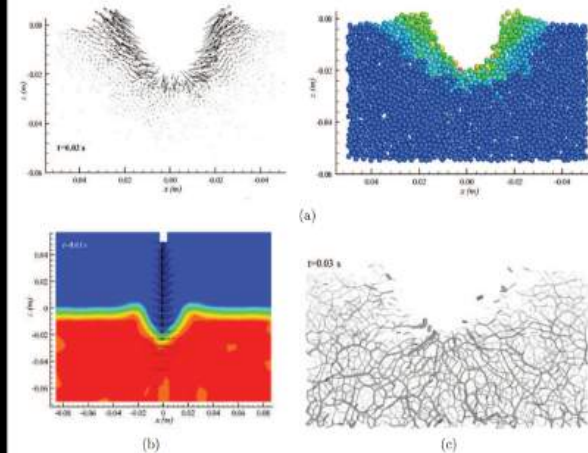
$$Sh = \frac{\tau_f d^2}{\Delta \rho g d^3} \quad (\text{où } \tau_f(y) = \mu \frac{\partial u}{\partial y}) \gg$$

« Nous introduisons le nombre de Reynolds permettant de caractériser l'écoulement à l'origine de la contrainte. Il compare les effets inertiels du fluide aux effets visqueux tel que :

$$Re = \frac{UL}{\nu} \gg$$

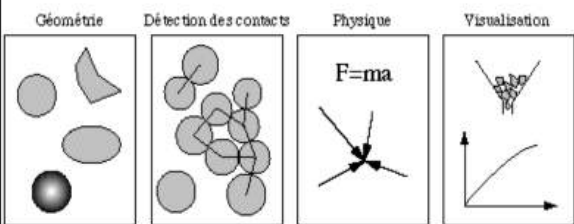
« Dans le cas des écoulements turbulents, le transport de grains est souvent décrit par le nombre de Rouse,

$$\text{tel que : } R_s = \frac{w_p}{kU} \gg$$



« La formation des cratères sous l'impact d'un jet vertical peut être modélisée selon l'approche DEM (Discrete Element Method) de façon à résoudre l'interaction des grains avec le fluide mais aussi des grains entre eux. »

[8] Techniques informatiques efficaces pour la simulation de milieux granulaires par la méthode des éléments distincts *Didier Müller*



Les quatre étapes des méthodes discrètes

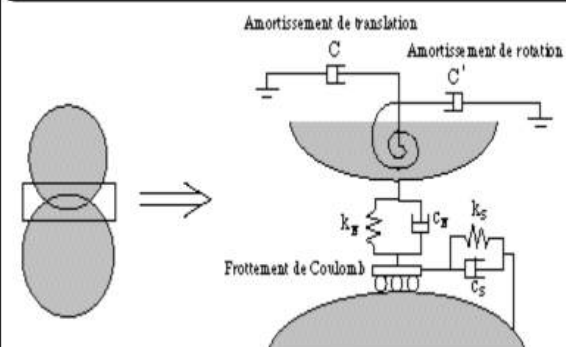
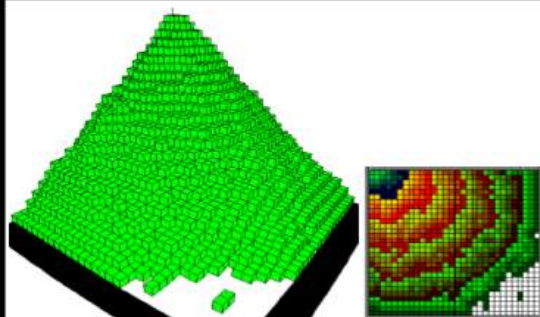


Figure 3.2. Modélisation du contact entre deux grains

Gestion des interactions pour le modèle de Cundal 3D

$$\Delta t_{crit} = 2\sqrt{m/k}$$

Pas de temps critique estimé à partir du système masse-ressort simple



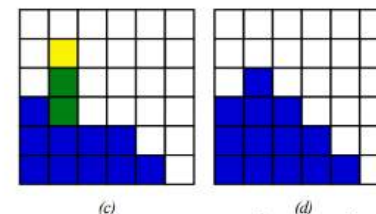
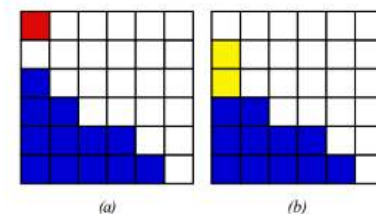
Formation du tas de sable en 3D et vue de dessus à l'aide d'un automate stochastique bidimensionnel



n analysant les automates cellulaires, il se dégage un goût d'inachevé. Les suppositions faites sont trop grossières pour que les résultats collent vraiment à la réalité. Le seul moyen d'améliorer les résultats est d'utiliser les meilleures lois physiques que nous connaissons. Voilà d'ailleurs encore une utilité à la simulation que nous n'avions pas signalée : valider des lois physiques en comparant les résultats simulés et expérimentaux.

« Une technique très intéressante, mais qui demande une grande puissance de calcul, s'appelle la méthode des éléments distincts. Chaque grain est modélisé séparément et il faut détecter les contacts afin d'y appliquer les lois physiques appropriées.

La plus grande partie des calculs est utilisée pour trouver les contacts. Afin d'accélérer cette recherche, il est nécessaire d'avoir recours à des fonctions de voisinage qui confinent les tests à une fraction seulement du milieu granulaire. »

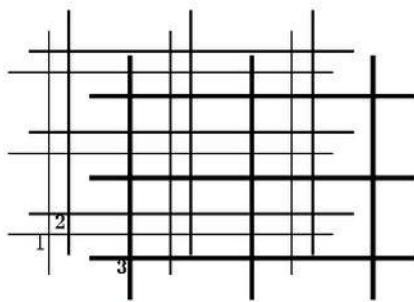


automate stochastique de dimension 1

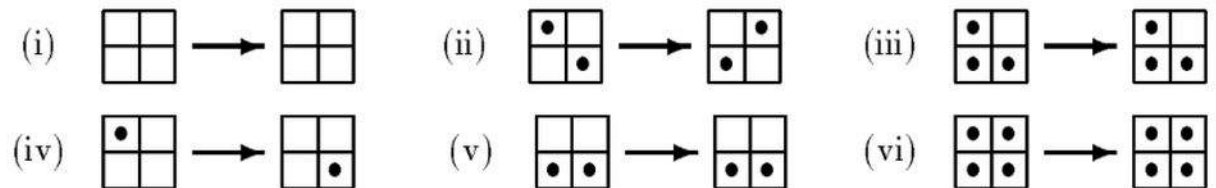
[9] Jérôme Durand-Lose : Automates Cellulaires, Automates à Partitions et Tas de Sable

Informatique [cs]. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, 1996.

On appelle tuile de coordonnées (α, β) dans la configuration c la partie rectangulaire de la grille suivante : $b_{\alpha,\beta} = {}^c|(x + \alpha.h, y + \beta.v) + [0, h - 1] \times [0, v - 1]$, et partition de taille (h,v) et d'origine (x,y) le découpage régulier de toute la grille en tuiles.



3 partitions



Règles de la transition locale du « Billard Ball Model »
(symmetries : rotate4reflect)

Un Automate à Partitions (AP), est défini par le quintuplet suivant :

$$(Q, (h, v), n, \mathcal{O}, t)$$

où $\mathcal{O} = (x_i, y_i)_{1 \leq i \leq n}$ est le n -uplet des origines des n partitions.

-Simulation par automate à partition :

Un automate à partition réversible peut simuler un ac d'une dimension inférieure