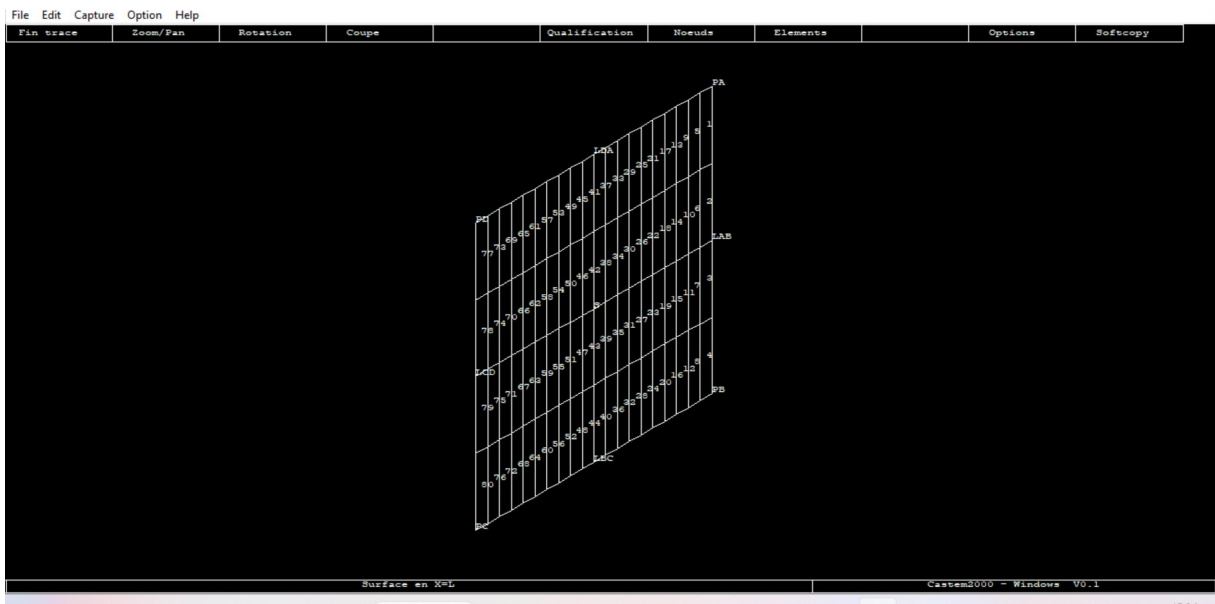


Rapport PEF 2 : sujet 13 : Torsion d'un parallélépipède en modélisation 3D

1. Réalisation d'un maillage

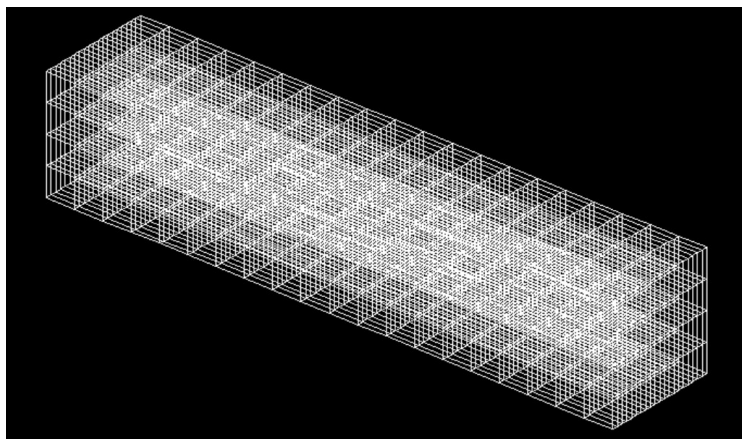
1. A

On introduit en plus les paramètres n_{2h} et n_{2D} qui comptent respectivement le nombre de cubes sur y et z . Avec $n_{2h} = 20$ et $n_{2D} = 4$, on a sous cast3m :

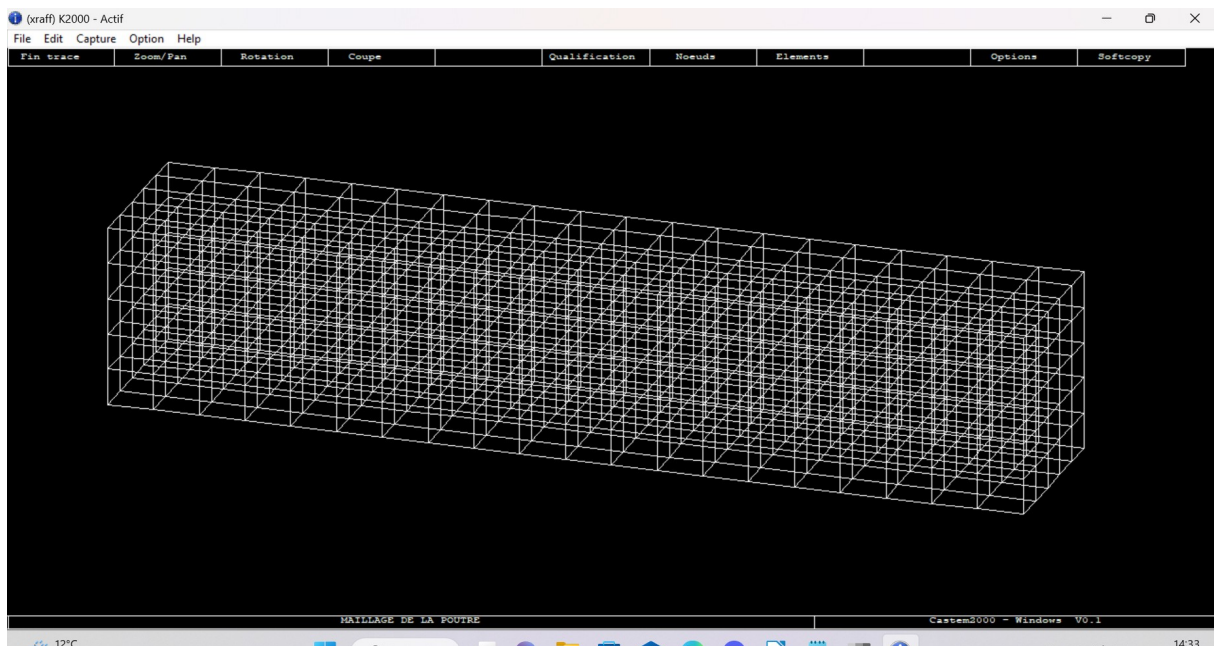


1. B

En introduisant $n_x = 20$, le nombre de cubes sur la direction x , on a :



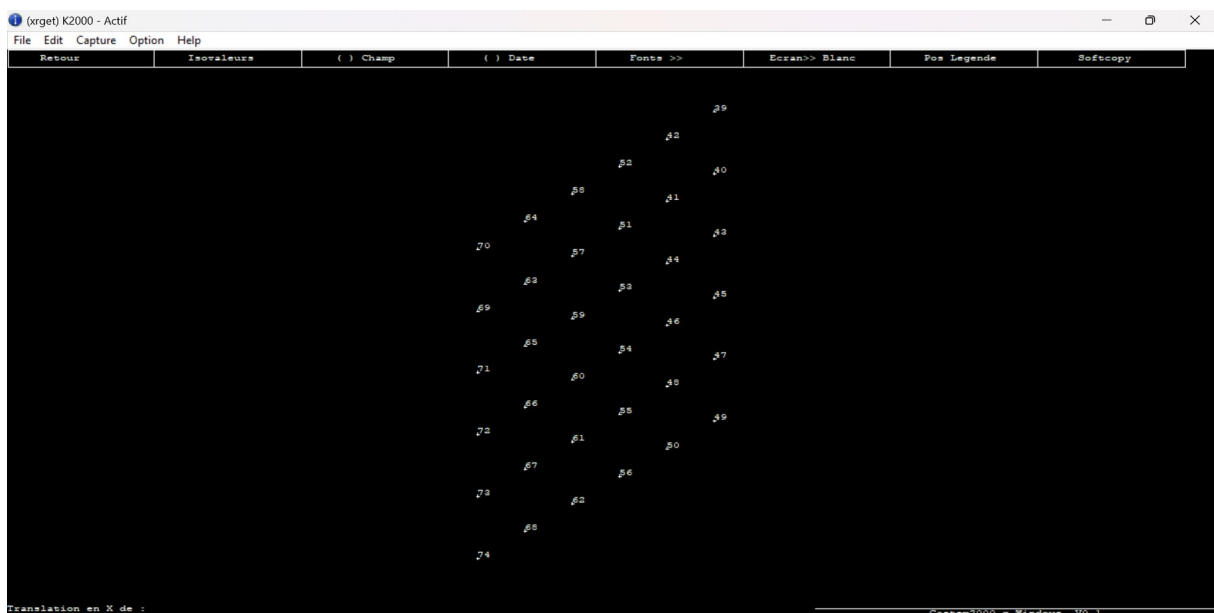
Pour un maillage cohérent, on prend finalement $n_{2D} = n_{2h} = 5$ et $n_L = 20$.



1. C

On sélectionne la face encadrée par la méthode TRAC 'PLAN', en repérant au préalable 3 points sur la face en question par exemple (0,0,0), (0,-h,D), (0,h,D) (non alignés sinon ça marche pas...

Un paramètre de distance doit être renseigné (on prend 0.01 valable pour n_L suffisamment petit et en pratique toujours respecté).



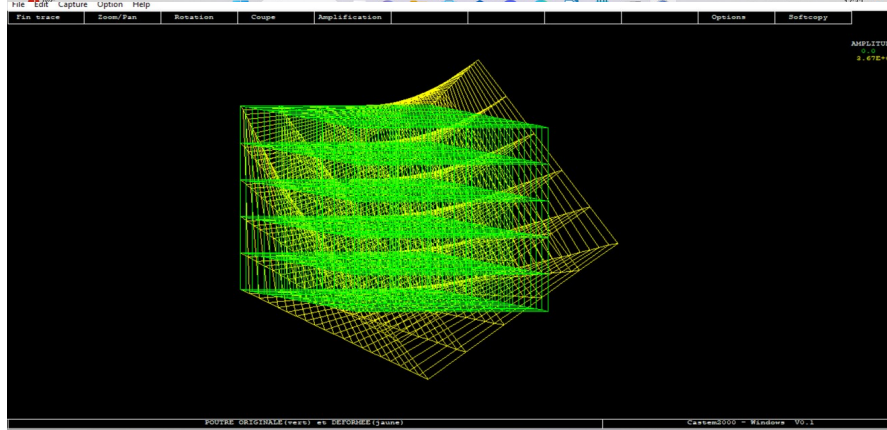
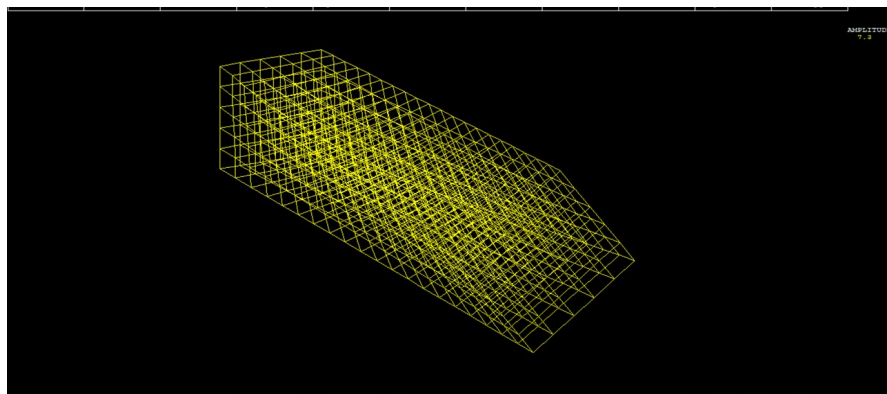
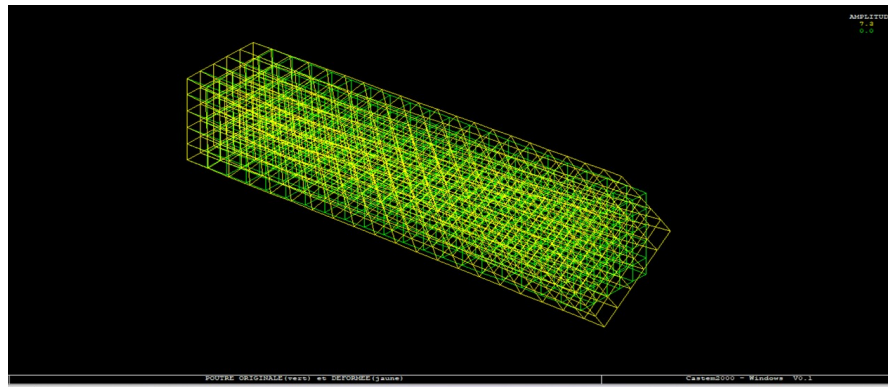
2. Résolution

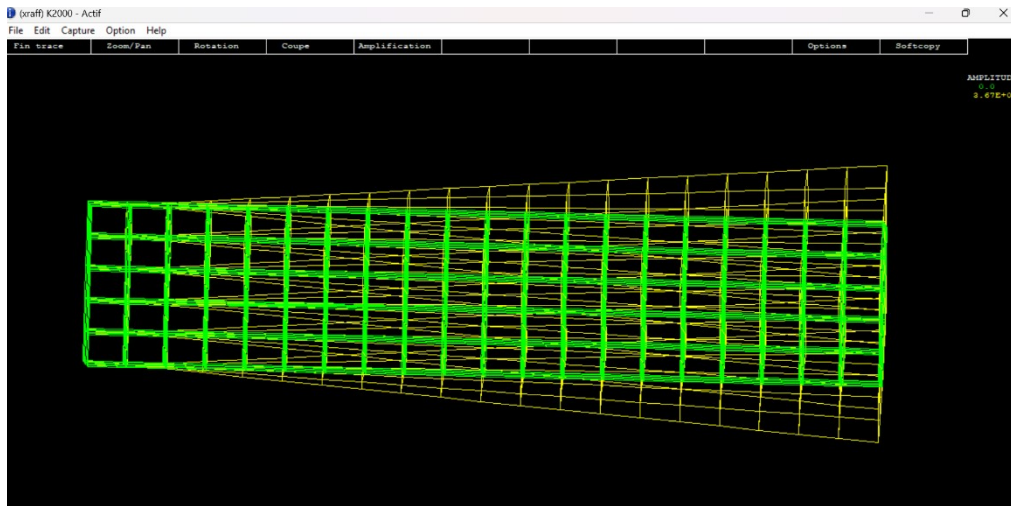
2.A.

On prend en compte l'encastrement de la face en $x=0$ avec BLOQ, le déplacement imposé avec DEPI et NOMC (pour préciser la direction à considérer avec les mots clé UX, UY et UZ).

2.B.

La résolution reprend les éléments de contraintes définis dans Kfin et Qfin et fait appel à l'opérateur RESOL pour construire le champ de déplacement et on peut calculer le tenseur de Cauchy avec SIGMA. Dans l'utilisation de « DEFO Omega E jaune ; » on a une erreur 37 dans l'opérateur = mais ORIGINAL tout de même affecté.



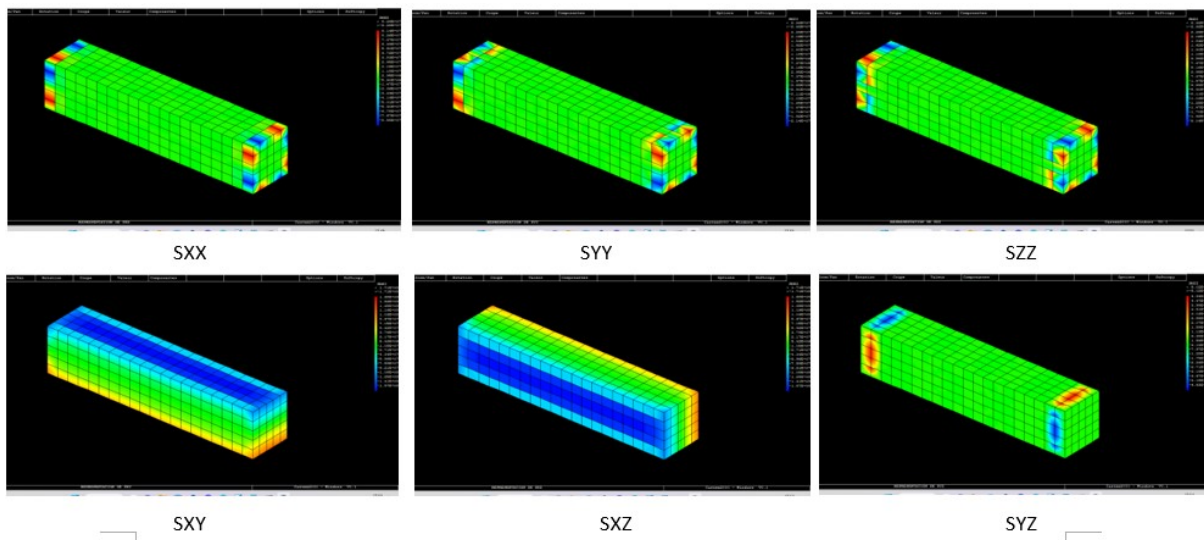


2.C.

L'opérateur EXCO permet d'extraire les valeurs s_{xx} , s_{yy} , s_{zz} , s_{xy} , s_{xz} et s_{yz} de CAUCHY.

On peut les représenter en précisant le 'mod' (ici mécanique élastique) à l'opérateur TRAC, qui crée une correspondance entre les valeurs des composantes et une échelle de couleur affichée directement sur le maillage.

Voici les différents résultats des composantes de Cauchy sur la poutre.



Si on se limite à l'analyse des termes dominants en dehors de la région d'encastrement, on peut schématiser la structure du tenseur (resp. du champ) de contrainte par :

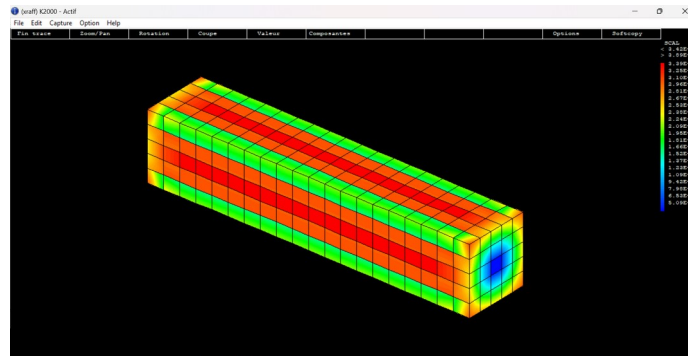
$$\sigma = \begin{pmatrix} 0 & \alpha Y & \beta Z \\ \alpha Y & 0 & 0 \\ \beta Z & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

En effet en observant les composantes diagonales et s_{yz} on peut les négliger face aux composantes non diagonales s_{xy} et s_{xz} . De plus, s_{xy} dépend principalement de Y de manière proportionnelle. De même pour s_{xz} qui dépend de Z .

Remarque : L'opérateur OEIL permet de changer le point de vue en définissant un point d'observation.

2.D.

On obtient les isovaleurs du critère de Tresca avec l'opérateur TRES dans le mod1 :



On sélectionne la valeur maximale avec MAXI et on peut alors calculer le critère faisant intervenir s_0 . On peut faire varier w (« à la main ») pour tester le critère.

-----Domaine d'élasticité----- | -----Domaine non élastique-----

w	0.001	0.002	0.004	0.1	0.3	10
f(σ)	$-6.95 * 10^6$	$-3.89 * 10^6$	$2.22 * 10^6$	$2.95 * 10^8$	$9.06 * 10^8$	$3.05 * 10^8$

On obtient ainsi un encadrement de w entre 0.002 et 0.004.

III. Forces extérieures

3.A.

On cherche à calculer la valeur de la réaction normale qu'exerce le support sur la face $X=0$.

```

SOUS-CHAMP NUMERO      1 : MSOUPO   2125068
-----
MAILLAGE 2125110 : 1 element(S) de type POI1
3 sous-reference(s)
MPOVAL: 2125152 - Nombre de noeuds: 1 - Nombre de composantes: 3
Points Inconnue .....
      FX          FY          FZ
38    5.45697E-11  1.81899E-12  5.45697E-12
$

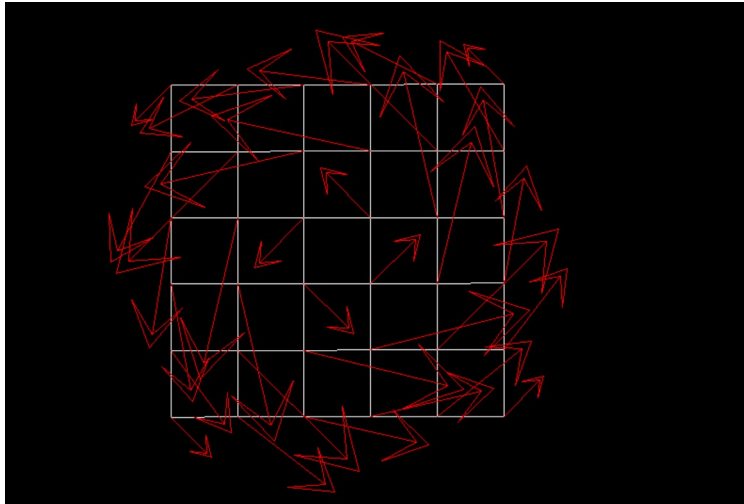
```

3.B.

```

SOUS-CHAMP NUMERO      1 : MSOUPO  2125187
-----
MAILLAGE 2125180 : 1 element(S) de type POI1
3 sous-reference(s)
MPOVAL: 2125264 - Nombre de noeuds: 1 - Nombre de composantes: 3
Points Inconnue .....
      FX      FY      FZ
1    -2.14641E-10  1.03319E-09 -7.74889E-10
$
*

```



Sur S0 : les forces ne sont pas coplanaires : problème

IV. Moment d'inertie

On n'a pas réussi à calculer le couple en utilisant la formulation intégrale du produit vectoriel :

$$OM \wedge T \, dS.$$

4.A.

Avec le théorème de conservation des énergies, on a que le travail des forces extérieures est égal à la somme des travaux de déformation et travaux d'accélération. Comme le travail des forces d'accélération est nul (le centre de gravité est fixe), on a directement, avec le travail des forces extérieures égal à $\Gamma^* \omega$: $W_{\text{déformation}} = \Gamma^* \omega$.

Avec le calcul de $W_{\text{déformation}}$ sous Castem, on trouve, avec $w=0.002$ et $d=h=0.2$.
(Avec $\mu = E \cdot (1+\nu)/2 = 1.25 \cdot 10^{**9}$)

L	1	2	10	100
W	189	93.7	18.7	1.87
It	$3.77 \cdot 10^{**2}$	$3.75 \cdot 10^{**2}$	$3.74 \cdot 10^{**2}$	$3.74 \cdot 10^{**2}$

L'écart relatif étant environ de 1 pourcents, on constate donc que I_t est bien indépendant de L .

4.B.

On a par analyse dimensionnelle que I_t s'exprime en m^{**4} on s'attend donc à ce que I_t soit proportionnel à d^{**4} , ce qu'on peut vérifier sous Castem, avec $w=0.002$ et $L=5$.

d	0.05	0.2	0.5	1
W	0.146	37.4	1465	23576
I_t/d^{**4}	23.4	23.4	23.5	23.6

On est bon.

4.C.

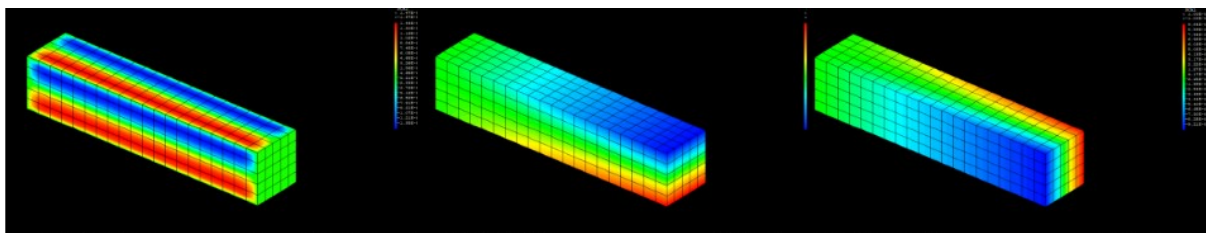
Dans cette question on travaille avec $D=h=0.5$, $L=5$ et $w=2.10^{-3}$ invariants. De plus on subdivise le maillage en $mult*5$ (resp. $mult*5$ et $mult*20$) élément pour la hauteur (resp. largeur et longueur), ou $mult$ est un facteur permettant de modifier la densité du maillage. Nous obtenons alors :

	mult =	1	2	3	4
CUB8	W =	1464	1427.8	1427.8	1417.8
	I_t =	1.464	1.4278	1.4278	1.4178
CU20	W =	1416.4	1414.6	1414.4	? (temps de calcul trop important)
	I_t =	1.4164	1.4146	1.4144	

On observe qu'un maillage plus dense et le choix de CU20 qui prend 20 points par éléments au lieu de 8 font diminuer la valeur de W donc de I_t (a priori plus précis avec des CU20 et $mult=3$).

V. Symétrie du déplacement

5.A.



Composante selon ex du déplacement Composante selon ex du déplacement Composante selon ex du déplacement

Par rapport à un cylindre circulaire, on observe en plus un glissement sur ex, qui traduit le fait que la torsion n'est pas homogène sur l'axe principal.

5.B.

Grâce à ce qui précède, il est naturel d'attendre une symétrie de rotation autour de l'axe x d'angle π .

Ayant posé xcib (b pour barre) comme dans l'énoncé, puisque xci est continue, dérivable par morceaux et de dérivée continue par morceaux, xcib l'est aussi. De plus en $X=0$, puisque xci est nul, xcib aussi. En $X=L$, $xcib_y(L,Y,Z) = -xci_y(L,-Y,-Z) = -(-w^*Z) = xcid_y$ (d pour donné) et, $xcib_z(L,Y,Z) = -xci_z(L,-Y,-Z) = -(-w^*Y) = xcid_z$ (i.e. xcib respecte les conditions limites de déplacement). Ainsi xcib est cinématiquement admissible.

Il suffit de montrer que xcib admet la même énergie potentielle, ce qui permet de conclure par unicité de la solution optimale dans la situation considérée. On aura alors $xci = xcib$ ce qui correspond à la symétrie voulue.

Cependant, nous n'arrivons pas à faire aboutir le calcul des énergies potentiels : on veut montrer que la différence de Xci et $Xciib$.

VI.

A quantité de matériau constant (ie : $4LDh = V = cste$), on peut donc faire varier delta en compensant avec L. On pose $L0= 10$, $h= 0.5$ et $L=L0/delta$, et on fixe les paramètres de maillages constants pour les calculs numériques, tout comme w à 0.002.

D	h	2h	3h	4h	5h
Delta	1	2	3	4	5
W	706.22	4966.2	18956	67295	1.18914E+05
$\int t(\delta) = W*L/(\mu*(w**2))$	0.141	0.50	1.26	3.36	4.76
$\int t(\delta)_{théorique}$	0.14	0.46	0.79	1.12	1.46

On obtient des valeurs proches mais une erreur semble s'installer lorsque delta dépasse 3...